Pol. civ.
137
t

Pol. liv. 137 t

Ueber
Versorgungs- und Aussteuerkassen

von

Otto Schulz,
Professor am Berlinisch-Cölnischen Gymnasium zum grauen Kloster.

R

Berlin 1822
bei Ludwig Oehmigke.
Königsstraße No. 62. neben der Post.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Dem

Hochlöblichen Magistrat

und den

Herren Stadtverordneten

der

Königlichen Haupt- und Residenz-Stadt

Berlin

ehrerbietig zugeeignet

von

dem Verfasser.

Ueber Einrichtung und Berechnung einer Versorgungs-Kasse.

Einleitung.

In Berlin besteht seit der Mitte des vorigen Jahrhunderts eine ziemliche Anzahl theils größerer, theils kleinerer Sterbekassen, deren angeblicher Hauptzweck dahin geht, den Erben unbemittelter Personen eine zu deren anständiger Beerdigung hinreichende Summe zu sichern; häufig ist mit den Sterbekassen auch eine Krankenkasse für die männlichen Mitglieder der Gesellschaft verbunden, aus der jeder Kranke eine wöchentliche Unterstützung von zwölf Groschen bis zu einem oder etlichen Thalern erhält.

Die Zahl dieser Kassen hat sich in neuerer Zeit noch immer vermehrt, und wenn auch zuweilen eine schlecht eingerichtete oder schlecht verwaltete Anstalt dieser Art eingegangen ist, so sind doch immer neue, den vorigen ähnlich, gestiftet worden.

In der Regel hat jedes Gewerk und jede besondere Innung eine eigene Sterbekasse, außerdem aber giebt es unter der ärmeren Klasse eine große Anzahl von Sterbe-Kassen, zu denen Personen beiderlei Geschlechts, ohne Rücksicht auf Stand und Gewerbe, gewöhnlich bis zum vierzigsten Lebensjahre, freien Zutritt haben.

Die gewöhnlichste Einrichtung dieser Kassen ist folgende. Alle vierzehn Tage, des Sonntags nach beendigtem Gottesdienst, versammeln sich die Mitglieder, oft 5 — 600 an der Zahl, in einem bestimmten Gasthause, um hier ihren kleinen Beitrag zu entrichten, das Beßte der Gesellschaft zu berathen, und sich nachher bei einem Glase Bier, oder wie jeder sonst kann oder mag, zu ergötzen.

Eine solche Versammlung, so wie der bestimmte Beitrag, der in den Versammlungen gezahlt wird, heißt eine Auflage, und der gesammte Vorstand der Gesellschaft führt den gemeinschaftlichen Namen: das Tischgefäß, weil er, um alles besser zu übersehen, an einem besonderen Tische seinen Platz nimmt, wo ihm auf Kosten der Gesellschaft kredenzt wird.

Das Tischgefäß besteht in der Regel aus zwei bis vier Vorstehern, welche in den Versammlungen und bei der ganzen Verwaltung auf Ordnung und Recht zu sehen haben, einem Kassenschreiber, welcher die Stammrolle der Gesellschaft führt, und über Einnahme und Ausgabe Buch hält, und bei größeren Kassen aus einem Controlleur, unter dem ganz passenden Namen eines Gegenschreibers. Die Oberaufsicht endlich führt ein Mitglied des Magistrats unter der Benennung eines Beisitzers der Kasse.

Die Auflage beträgt in der Regel nicht weniger als 6 Pf. und selten mehr als einen Groschen, wofür nach Verschiedenheit der übrigen Umstände ein Sterbegeld von 10 bis 24 Rthlr. gezahlt wird.

Ich habe seit einer Reihe von Jahren vielfältig Gelegenheit gehabt, die Einrichtung und das innere Leben dieser Gesellschaften kennen zu lernen, da ich von der Behörde häufig aufgefordert worden bin, theils den Zustand schon bestehender Kassen zu prüfen, theils die Angelegen=

heiten einer neu errichteten Kasse zu ordnen. Anfänglich war es mir sehr auffallend, daß alle diese Kassen, ihrer großen Anzahl ungeachtet, sc bedeutenden Zulauf haben, und ich meinte anfangs, in der ärmeren Klasse der Einwohner müsse man wohl ernstlicher an Tod und Sterben denken, und auf ein anständiges Begräbniß einen höhern Werth legen, als man aus andern Umständen vermuthen könnte. Es wurde mir aber sehr bald klar, daß es nicht die Besorgniß um ein anständiges Begräbniß, und am wenigsten die Lust zu sterben, sondern im Gegentheil die Lust mit Andern zu leben sey, was diesen Gesellschaften so zahlreichen Zuspruch schafft. Diese Gesellschaften sind nämlich der gewöhnlichste, und oft vielleicht der einzige Erholungs-Ort für die ärmere Klasse der Handwerker, und um alle 14 Tage in Gesellschaft guter Freunde eine Flasche Bier zu trinken, zahlt er gern seinen Groschen Auflage, als ein memento mori nach einem vergnügten Tage. —

Daher sind in der Regel auch die Gastwirthe selbst Stifter und Beförderer dieser Sterbekassen, denn wenn ein Gastwirth zwei solcher Gesellschaften bei sich aufnimmt, und daher jeden Sonntag auf einen zahlreichen Zuspruch rechnen darf, so ist er in seiner Art ein gemachter Mann, der schon einen kleinen Unfall nicht sonderlich achten darf.

Ich bin weit entfernt, die Einrichtung dieser Kassen zu tadeln, und glaube vielmehr, daß sie unter allen Vergnügungsörtern der ärmeren Klasse immer noch die unschuldigsten und zweckmäßigsten sind, aber es ist mir oft eingefallen, ob man die Neigung der Menschen für Kassen dieser Art nicht zu einem weit nützlichern Zwecke benutzen könnte, nämlich zur Errichtung einer Kasse, aus der bejahrte Personen beiderlei Geschlechts, welche sich nicht mehr durch ihrer Hände Arbeit ernähren können, bis an das Ende ihres Lebens eine bestimmte jährliche Unterstützung erhalten, und zwar nicht als ein Almosen, das ih-

nen die Barmherzigkeit darreicht, sondern als ein Recht, das sie durch angemessene Beiträge während ihrer jüngeren Jahre erworben haben. Wer das Elend einigermaßen kennt, welchem alle diejenigen Personen, die für das Alter keinen Nothpfennig zurücklegen können, in ihren spätern Lebensjahren unterworfen sind *), der wird auch ohne eine nähere Auseinandersetzung einsehen, wie willkommen eine solche Anstalt nicht bloß der dienenden Klasse und dem ärmeren Handwerker, sondern auch vielen andern Personen sein müsse, für welche die Armuth eine um so schwerere Last ist, je mehr es ihren Verhältnissen widerspricht, der öffentlichen Wohlthätigkeit zur Last zu fallen.

Ich fürchte hier nicht den Einwand, daß diejenigen, die durch Alter oder Krankheit außer Stand gesetzt sind, sich selbst zu ernähren, eben dadurch an die Mildthätigkeit reicherer Verwandten oder gar an die Armenpflege des Ortes gewiesen sind, denn wie beschränkt in der Regel die

*) Der erste Gedanke zur Stiftung dieser Kasse kam mir bei folgender Veranlassung. Vor drei Jahren fand ich mehre Tage hinter einander auf der Königsbrücke einen dem Ansehen nach ganz anständigen Mann von etwa sechzig Jahren, der die Vorübergehenden um ein Almosen ansprach. Ich hatte ihm mehre Male mein Scherflein gereicht — da es schon so lange her ist, so wird mich die Polizei deßhalb nicht weiter in Anspruch nehmen — zuletzt aber fing es an mich zu befremden, daß der Mann so öffentlich um eine Gabe bat, und ich machte ihn auf die möglichen Folgen aufmerksam. Ach, lieber Herr, gab er mir zur Antwort, darum stehe ich ja eben hier, damit mich die Polizei aufgreifen und in das Arbeitshaus bringen soll, aber sie sehen mich recht gut, und lassen mich gehen. Ich bin ein Weber, und habe fast ganz mein Gesicht verloren, (der Augenschein bestätigte seine Aussage,) da muß ich wohl die Leute ansprechen, bis sich die Obrigkeit meiner annimmt. Komme ich nicht in's Arbeitshaus, so muß ich mit der Zeit doch verhungern, oder im Winter ohne Obdach umkommen, denn eine Wohnung habe ich nicht.
Ich setzte meinen Gang in mancherlei Gedanken verloren fort; nach zwei Tagen wollte ich mich nach dem Unglücklichen umsehen, ich fand ihn aber nicht mehr an seinem Platze, und habe auch nicht erfahren, was aus ihm geworden ist.

Mittel der letztern sind, und wie groß die Ansprüche, die an sie gemacht werden, ist einem jeden zur Genüge bekannt. Man wird auch nicht anführen wollen, daß die an den mehresten Orten bestehenden Hospitäler dem Bedürfnisse abhelfen, denn theils ist die Zahl der vorhandenen Stellen viel zu klein für das Bedürfniß, theils erfordert die Aufnahme mancherlei Bedingungen, denen nur Wenige aus den vorhin bezeichneten Klassen genügen können.

Die Kasse, von der hier die Rede ist, will überhaupt nicht als eine milde Stiftung angesehen seyn, sondern vielmehr das Bedürfniß derselben vermindern helfen. Es ist eine traurige, aber es ist leider eine sehr wahre Bemerkung, daß die meisten milden Stiftungen mit der Zeit entarten, weil sie selten in dem Sinn und Geist ihres Stifters fortgeführt werden können, und daß sie in dieser entarteten Form oft nur die Armuth vermehren helfen, welche sie zu mildern ursprünglich bestimmt sind. So lange nämlich, als die ersten Stifter das Ganze leiten, und mit Umsicht, Liebe und uneigennütziger Aufopferung verwalten, so lange fließen die Beiträge reichlich, und die, welche die Wohlthaten empfangen, nehmen sie als wahre Gaben der Liebe mit dankbarem Herzen an. Sobald aber als die Stifter solcher Anstalten heimgegangen sind, und die Verwaltung in die Hände besoldeter Beamten kommt, welche sie nicht als ein Werk der Liebe, sondern als ein bezahltes Geschäft treiben, gewinnt alles eine ganz andere Gestalt. Die Quellen, aus welchen der Anstalt die Mittel zur Wohlthätigkeit reichlich zuströmten, fangen allmählig an sparsamer zu fließen, entweder weil sich die erste Liebe abgekühlt, oder anders wohin gewendet hat; die Beamten durch vorgeschriebene Formen und Instructionen beschränkt, oft einer gar zu peinlichen, oft gar zu nachlässigen Aufsicht unterworfen, fühlen sich in Allem, was sie für die Anstalt thun könnten, beengt, und

diejenigen, welche die Wohlthaten der Anstalt genießen, sehen nur noch die oft unvermeidlichen Mängel, und halten sich der Anstalt zu keiner weiteren Dankbarkeit verpflichtet, und so wiederholt sich immer von Neuem die Erscheinung, über welche schon August Herrmann Franke in seinem Bericht vom Halleschen Waisenhause klagte, daß aus seinen Vorträgen über die christliche Liebe die Mehresten nur gelernt hätten, wie sie Anderer Liebe genießen, nicht wie sie selber dadurch Liebe üben sollten, daß sie Anderer Liebe nicht auf eine unbillige Weise in Anspruch nehmen.

Das Letztere nun soll durch diese Kasse den Theilnehmern erleichtert, und ihnen zugleich das ängstliche, und für viele Gemüther höchst niederdrückende Gefühl, von den öffentlichen Gaben der Liebe zu leben, erspart werden, der öffentlichen Armenpflege aber soll ein Theil ihrer Last abgenommen, und dadurch die Möglichkeit für sie herbeigeführt werden, den noch übrigen Theil derselben mit desto größerer Kraft und Liebe zu tragen.

Um mich über die Einrichtung dieser Kasse, die ich der Kürze wegen eine Versorgungs-Kasse genannt habe, um so kürzer und bestimmter erklären zu können, will ich hier sogleich die ersten Grundzüge einer Kassen-Ordnung mit besonderer Beziehung auf unsere Stadt entwerfen, und wo es nöthig scheint, über jeden einzelnen Punkt die erforderlichen Erläuterungen beibringen.

Kassenordnung.

I.

Zu dieser Kasse steht jedem hiesigen Einwohner, ohne Rücksicht auf Geschlecht, Stand und Gewerbe, vom frühesten Alter an, bis zum vollendeten 50sten Lebensjahre, der Zutritt frei.

Anmerkung. An und für sich wäre es freilich nicht nothwendig, Personen höheren Alters von der Aufnahme auszuschließen, die Beiträge aber, welche diese zu leisten haben würden, möchten doch zu hoch sein, als daß man sie denjenigen Personen, für welche die Kasse zunächst gestiftet ist, zumuthen könnte.

II.

Wer seine Verpflichtungen gegen die Kasse vollständig erfüllt hat, soll diejenige Pension, auf welche er sich eingekauft hat, von dem Anfange seines 64sten Lebens-Jahres bis zum Ende seines Lebens in vierteljährlichen Zahlungen erhalten, und zwar ohne alle Rücksicht auf Vermögen oder Arbeitsfähigkeit.

Anmerkung. Dieser letztere Zusatz gründet sich darauf, daß die Pension nicht als eine Wohlthat oder als ein Almosen an Bedürftige gezahlt wird, sondern als eine durch Vertrag und Leistungen erworbene Forderung. Uebrigens geht aus dem Gesagten von selbst hervor, daß diejenigen Theilnehmer, welche vor dem 64sten Lebensjahre sterben, ihre Beiträge zum Besten der länger Lebenden verlieren.

III.

Jeder Theilnehmer kann sich auf eine durch zwölf theilbare Summe, also auf zwölf, vier und zwanzig, sechs und dreißig, acht und vierzig Rthlr. ꝛc. einkaufen, doch soll die Pension in keinem Falle höher als auf sechs und neunzig Rthlr. steigen.

Anmerkung. An und für sich könnte man das Pensions-Quantum der freien Wahl jedes Theilnehmers überlassen; um jedoch eine Rechnung anlegen zu können, ist es nothwendig, daß man ein gewisses Normalquantum annimmt, und für dieses die Beiträge berechnet. Ich habe 24 Reichsthaler als Normalquantum der Pension angenommen, und für dieses die Rechnung angelegt, woraus sich ersehen läßt, wieviel für jedes andere durch zwölf theilbare Quantum an Beiträgen gezahlt werden muß.

Daß man für die Höhe des Pensionsquanti eine gewisse Grenze festsetzt, ist wenigstens bei dem Anfang einer solchen Anstalt kein ganz gleichgültiger Umstand. Denn

wenn einige wenige Mitglieder sich auf eine ungewöhnlich hohe Pension einkaufen wollten, so läuft die Kasse Gefahr, bei diesen wenigen Mitgliedern, welche zufällig alle ein sehr hohes Alter erreichen könnten, bedeutend zu verlieren, und sie geht um so sicherer, je weniger der Betrag der einzelnen Pensionen verschieden ist.

IV.

Es wird jedem Theilnehmer frei gestellt, ob er seine Beiträge ein für alle Mal beim Eintritt unter dem Namen des Einkaufgeldes erlegen, oder sie in den vierteljährlichen Zahlungsterminen abführen, oder ob er endlich einen Theil seiner Schuld, z. B. die Hälfte oder ein Viertel durch Einkaufsgeld, das Uebrige aber durch die gewöhnlichen Beiträge decken will.

Damit jeder Theilnehmer wisse, wie viel er in dem einen oder dem andern Falle an die Kasse zu zahlen habe, so soll dieser Kassenordnung ein Verzeichniß beigefügt werden, aus dem sich deutlich ersehen läßt, wie viel man bei einem bestimmten Eintrittsalter für eine jährliche Pension von 24 Rthlr. zu entrichten habe, sowohl wenn man bloß durch Einkaufsgeld, als wenn man bloß durch Beiträge sich mit der Kasse abfinden will.

V.

Eine Erhöhung der Pension findet zu jeder Zeit, jedoch nur bis zum vollendeten 50sten Lebensjahre Statt, wird aber jedesmal als ein neuer Einkauf angesehen, und darnach der Beitrag bestimmt. Doch darf der Betrag dieser einzelnen Pensionen die Summe von 96 Rthlrn. nicht überschreiten.

VI.

Wer die Aufnahme wünscht, hat sich in den vierteljährlichen Aufnahme-Terminen bei dem Vorstand der Kasse

zu melden, über seine bürgerlichen Verhältnisse und sein Alter sich glaubhaft auszuweisen, und sofort die Aufnahme zu gewärtigen. Wenn der Vorstand in besonderen Fällen die Beibringung eines Taufscheins verlangen sollte, so muß der Aufzunehmende diesem Verlangen genügen. Eine Bescheinigung des Gesundheitszustandes ist in keinem Falle erforderlich.

Anmerkung. Warum keine Bescheinigung der Gesundheit erforderlich ist, läßt sich leicht begreifen. Die Kasse sieht alle eintretenden Mitglieder als vollkommen gesund an, und es läßt sich sogar erwarten, daß vorzüglich nur gesunde Personen, welche ein höheres Alter mit Wahrscheinlichkeit erwarten, sich zur Aufnahme melden werden. Finden sich dessen ungeachtet unter den Aufgenommenen schwache und kränkliche Personen, so kann die Kasse durch das frühere Absterben derselben nur gewinnen.

Auch eine Bescheinigung des Alters ist nicht unbedingt nothwendig. Am häufigsten würde der Fall eintreten, daß Theilnehmer sich für jünger ausgeben, als sie wirklich sind. Dabei kann die Kasse aber niemals verlieren, denn wenn gleich ein solcher einen geringeren Beitrage ntrichten würde, so muß er doch auch denselben um mehre Jahre länger fortsetzen, und kommt um eben so viele Jahre später zur Hebung.

Eher könnte es dagegen der Kasse nachtheilig werden, wenn Jemand sein Alter zu hoch angegeben hat. Denn wer fünf Jahre jünger ist, als er sich ausgiebt, kann fünf Jahre früher zur Hebung gelangen, und also die Pension fünf Jahre länger genießen, ein Schade, welcher nicht ganz dadurch ausgeglichen wird, daß er der Kasse einen höheren Beitrag zahlt.

VII.

Zur Erhebung der vierteljährlichen Pension ist in der Regel erforderlich, daß der Berechtigte entweder von der Obrigkeit oder von dem Prediger des Orts eine Bescheinigung beibringe, daß er noch am Leben sei, und diese Bescheinigung ist unerläßlich, sobald die Erhebung der Pension durch einen Dritten geschieht. Wer aber die Pension persönlich erhebt, und den Vorstehern der Kasse von

Person bekannt ist, kann von dieser Verpflichtung entbunden werden.

Anmerkung. Um Mißbräuche zu verhüten, muß diese Bescheinigung von allen, dem Vorstande nicht persönlich bekannten Mitgliedern geschehen, vorzüglich von denen, welche nach geschehenem Einkauf sich anderswo niedergelassen haben. Wenn an den Zahlungstagen Mehre der Armendeputirten, welche ihre Mitbürger persönlich kennen, zugegen sind, so wird man dem größten Theil der hier wohnenden Theilnehmer, in so fern sie persönlich erscheinen, die Beibringung obiger Bescheinigung erlassen können.

VIII.

Wer mit seinem Beitrage im Rückstande bleibt, soll jedes Mal die Hälfte desselben als Strafe erlegen, wer aber mit vier Terminen im Rückstand bleibt, hat es sich selbst beizumessen, wenn er, mit Verlust seiner bisherigen Beiträge, aus der Liste der Theilnehmer gestrichen wird.

IX.

Um von allen Verhältnissen der Kasse eine vollständige Uebersicht zu haben, ist die Führung folgender Bücher nothwendig.

1. Eine Stammrolle der zahlenden Mitglieder, in welche jedes Mitglied sogleich bei seinem Eintritt unter einer besondern Nummer und mit Angabe seines vollständigen Namens, Gewerbes, Aufenthaltsortes, ferner seines Alters, seiner Pension und seines Beitrages eingetragen wird.

2. Eine Stammrolle derer, welche bereits zur Hebung gelangt sind, und in welcher außer den vorigen Umständen noch die Zeit bemerkt werden muß, wo er zur Hebung gelangt ist.

Beide Stammrollen müssen alljährlich neu angefertigt, und die im Laufe des Jahres verstorbenen Mitglieder mit Angabe ihres Alters darin bemerkt werden.

3. Ein Kassenbuch, welches die in jedem Termin eingegangenen Beiträge, so wie die etwanigen Reste, ferner die in jedem Termin ausgezahlten Pensionen einzeln aufführt.

4. Ein Hauptbuch, aus welchem der Zustand der Kasse im Ganzen, und namentlich der Betrag der vorhandenen Kapitale deutlich ersehen werden kann.

Dies werden die wichtigsten Punkte sein, welche bei Ausarbeitung einer vollständigen Kassenordnung in Betrachtung kommen, die aber, wie sich von selbst versteht, im Einzelnen manche durch die besondern Umstände herbei geführte Abänderungen erleiden werden.

Es ist meine Absicht nicht, die Berechnung dieser Kasse nach den hier angegebenen Grundzügen einer Kassenordnung vollständig durchzuführen, da diese umständliche Arbeit mancherlei Abänderungen erleiden muß, je nachdem die äußeren Verhältnisse der Kasse, namentlich die Verwaltung und der Zinsfuß, zu welchem die vorhandenen Kapitale benutzt werden können, sich abändert. Ich will daher bloß das allgemeine Verfahren zeigen, wie man bei einer solchen Kasse Ausgabe und Einnahme gegen einander abzuwägen hat, und die allgemeine Regel zu größerer Deutlichkeit auf ein Paar bestimmte Fälle anwenden. Ich wähle absichtlich eine Darstellungsart, aus der nicht bloß der Mathematiker, sondern ein jeder, der nur die Rechnungsarten des gewöhnlichen Lebens kennt und mit einiger Ueberlegung anzuwenden weiß, das ganze Verfahren prüfen, und sich um so mehr von der Haltbarkeit des

ganzen Unternehmens überzeugen kann. Man wird sich hoffentlich dabei überzeugen, daß unter allen Anstalten, welche sich auf die Sterblichkeit gründen, diese vielleicht der genauesten Berechnung fähig, und bei einer redlichen und verständigen Verwaltung kein Mißlingen des ganzen Plans zu befürchten sei.

Ehe ich jedoch das Verfahren der Rechnung darstellen kann, muß ich über einige Voraussetzungen, welche bei derselben zum Grunde liegen, mich näher erklären und zwar zuerst

Ueber die sogenannte Sterblichkeitsordnung, und über Einrichtung und Gebrauch der Sterblichkeits-Tafeln.

Auch ohne eine genauere Auseinandersetzung sieht jeder leicht ein, daß die Beiträge nach Verschiedenheit des Alters zu ordnen sind. Wer der Kasse in seinem 30sten Lebensjahre beitritt, hat gerade so viel Wahrscheinlichkeit zur Hebung zu gelangen, als derjenige, welcher in seinem 40sten oder 50sten Jahre sich zur Aufnahme meldet. Aller Wahrscheinlichkeit nach wird daher der erstere eine längere Zeit hindurch zur Kasse beitragen, als der letztere, und seine Beiträge werden daher um ein Merkliches geringer sein. Um aber die wahrscheinliche Ausgabe der Kasse überschlagen zu können, muß man im Stande sein zu berechnen, wie viele von den Theilnehmern überhaupt zur Hebung gelangen, und wie viele Jahre hindurch sie dieselbe überhaupt genießen werden. Aus der Einrichtung der Kasse ist ferner bekannt, daß die Beiträge derjenigen Mitglieder, welche vor dem 64sten Lebensjahre wegsterben, den übrigen Mitgliedern zu Gute kommen und also dazu dienen sollen, die Beiträge im Allgemeinen niedriger anzusetzen. Um also auch die wahrscheinliche Einnahme der Kasse überschlagen zu können, muß man im Stande sein zu berechnen, wie lange die vor dem 64sten Jahr weg-

gestorbenen Mitglieder zur Kasse beitragen werden. Zur Führung der ganzen Rechnung ist also erforderlich, daß man berechnen könne,

in welcher Ordnung eine gewisse Anzahl von Personen, deren Alter bekannt ist, nach und nach wegsterben werde.

Diese Rechnung scheint auf den ersten Anblick, wenn nicht unmöglich, doch sehr gewagt, denn von dem einzelnen Menschen weiß man wohl, daß er irgend einmal sterben müsse, aber Zeit und Stunde sind vor unserm Auge verborgen. Aber eine nähere Betrachtung über das Alter der Gestorbenen, so wie es sich aus zuverlässig geführten Todtenlisten ergiebt, führt uns auf die auch in anderer Hinsicht wichtige Bemerkung, daß auch in dem Sterben der Menschen eine bestimmte Ordnung Statt findet, und daß Gott nicht bloß dem einzelnen Menschen, sondern dem Menschengeschlechte im Ganzen ein bestimmtes Ziel und eine bestimmte Stunde gesetzt hat. Die Möglichkeit, die göttliche Ordnung in dem Absterben der Menschen durch Beobachtung zu entdecken, läßt sich auf folgende Weise leicht begreifen.

Man hebe aus den Todtenlisten eines Landes 1000 Gestorbene, so wie sie zufällig auf einander folgen, aus, und ordne sie nach dem Alter, das ein jeder erreicht hat. Man hebe aus einem andern früheren oder späteren Jahre abermals 1000 Todte aus, und ordne diese wie die vorigen nach dem Alter, das ein jeder erreicht hat. Schon dabei wird man bemerken, daß die Zahl derer, welche ein gleiches Alter erreicht haben, beide Male ziemlich dieselbe ist, und dies wird zu der Vermuthung führen, daß unter einer gleichen Anzahl Gestorbener sich jedes Mal ungefähr eine gleiche Anzahl von Personen befinde, welche ein gleiches Alter erreicht haben. Diese Vermuthung wird zur völligen Gewißheit, wenn man das

vorige Verfahren noch öfter wiederholt, und dabei die Gestorbenen aus ziemlich weit von einander entfernten Jahren nimmt, damit man Beobachtungen aus gesunden und ungesunden, gewöhnlichen und epidemischen Jahren vergleichen könne. Hat man diesen Versuch etwa 10 Mal wiederholt, so ist man im Stande, für diejenigen, welche im ersten, zweiten, dritten und in jedem folgenden Lebensjahre sterben, eine gewisse Mittelzahl zu finden. Man addirt nämlich aus allen zehn Beobachtungen diejenigen, welche im ersten Lebensjahre gestorben sind, und dividirt diese Summe durch 10, so erhält man eine Mittelzahl für diejenigen, welche im ersten Lebensjahre gestorben sind. Man addirt ferner aus allen 10 Beobachtungen diejenigen, welche im 2ten Lebensjahr verstorben sind, und dividirt die Summe durch 10, so erhält man eine Mittelzahl für diejenigen, welche im zweiten Lebensjahre gestorben sind, und auf die nämliche Weise kann man mit den Gestorbenen, welche ein höheres Alter erreicht haben, fortfahren.

Die auf diese Weise gefundenen Zahlen zeigen eigentlich an, wie viele Personen von einem gewissen Alter unter 1000 Todten zu sein pflegen; wenn man sich aber vorstellt, daß alle diese 1000 Todte zu gleicher Zeit geboren sind, so zeigen die Zahlen an, wie viele von 1000 zu gleicher Zeit Geborenen im ersten, zweiten, dritten und in jedem folgenden Lebensjahre wegsterben, und daraus läßt sich durch eine bloße Subtraction finden, wie viele von 1000 zu gleicher Zeit Geborenen im ersten, zweiten, dritten und jedem folgenden Jahre noch am Leben sind, oder in welcher Ordnung 1000 zu gleicher Zeit geborene Kinder wegsterben.

Die unmittelbare Beobachtung ergiebt z. B. daß unter 1000 Gestorbenen 250 Kinder zu sein pflegen, welche noch kein volles Jahr zurückgelegt haben. Daraus

läßt sich schließen, daß von 1000 zu gleicher Zeit gebore-
nen Kindern 250 im ersten Lebensjahre wegsterben, und
daß daher nur 750 das zweite Lebensjahr erreichen. Die
Beobachtung ergiebt ferner, daß unter 1000 Todten, der
Mittelzahl nach, 89 Kinder sind, welche das zweite Le-
bensjahr noch nicht vollendet hatten. Daraus läßt sich schlie-
ßen, daß von 1000 zu gleicher Zeit Geborenen im Durchschnitt
89 im zweiten Lebensjahre sterben, und daß daher nur 661
ihr zweites Lebensjahr wirklich vollenden, oder den Anfang
des dritten Lebensjahres erreichen.

Auf die nämliche Art kann man mit sämmtlichen,
durch die wirkliche Beobachtung gefundenen Zahlen verfahren,
und auf diese Weise eine vollständige Sterblichkeitstafel an-
fertigen. Man sieht aber leicht ein, daß eine solche Sterb-
lichkeitstafel anders ausfallen wird, wenn man die Beob-
achtungen aus den Todtenlisten vom platten Lande oder
kleinen Städten, und anders dagegen, wenn man sie
aus den Todtenlisten einer großen Stadt genommen hat,
anders endlich, wenn man Beobachtungen vom platten
Lande und aus großen Städten nach dem Verhältniß ih-
rer Volksmenge mit einander verbunden hat. Durch das
erste Verfahren würde man eine nur für das platte Land
anwendbare Sterblichkeitstafel erhalten, durch das zweite
eine Sterblichkeitstafel für eine bestimmte Stadt, durch
das letztere endlich eine Tafel, welche auf die Sterblichkeit
des ganzen Landes anwendbar ist.

In so fern hier zunächst von einer Anstalt für Ber-
lin die Rede ist, wäre es nicht unzweckmäßig, eine be-
sonders für Berlin angefertigte Sterblichkeitstafel zum
Grunde zu legen. Eine solche Tafel ist bis jetzt aber
noch nicht vorhanden, und wenn ich gleich bei ähnlichen
Veranlassungen oft das Bedürfniß derselben gefühlt habe,
so haben mich doch bis jetzt mancherlei Umstände abgehal-
ten, mich dieser Arbeit selbst zu unterziehen. Ich werde

daher bei den folgenden Rechnungen diejenige allgemeine Sterblichkeitstafel zum Grunde legen, welche der ehemalige Oberconsistorialrath und Propst zu Cölln, Johann Peter Süßmilch, aus vielfältigen Beobachtungen berechnet und in seinem bekannten Werke, „Die göttliche Ordnung in den Veränderungen des menschlichen Geschlechts. Berlin 1798 vierte Auflage" mitgetheilt hat. Vielfältige spätere Beobachtungen haben nämlich gezeigt, daß diese Sterblichkeitsordnung mit dem Erfolg so genau übereinstimmt, als man in Dingen dieser Art nur immer erwarten kann; auch habe ich mich überzeugt, daß die Sterblichkeitsordnung für Berlin, zum wenigsten was die späteren Lebensjahre betrifft, von der allgemeinen Sterblichkeitsordnung nicht bedeutend abweicht. Um jeden Leser in den Stand zu setzen, die von mir angestellte Rechnung zu prüfen, theile ich die Süßmilchsche Sterblichkeitsordnung mit, jedoch nicht so wie sie in dem zweiten Theile des oben angeführten Werkes S. 319 enthalten ist, sondern eingerichtet nach dem Muster einer Sterblichkeitstafel, welche Lambert im dritten Theil seiner Beiträge S. 494 mittheilt. Nach den früheren Erläuterungen wird der Sinn jeder einzelnen Spalte dieser Tafel dem Leser vollkommen verständlich sein, wenn er den beigefügten Bemerkungen einige Aufmerksamkeit schenken will.

I. Die

Sterblichkeitstafel nach J. P. Süßmilch.

Jahre.	Von 1000 Neugebornen sterben.	Von 1000 Gebornen leben.	Lebende von dem Alter und darüber.	Es stirbt einer von	Mittlere künftige Lebens-Dauer.	Wahrscheinliche künftige Lebens-Dauer.
A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.
0	250	1000	28988	4	29, 0	17, 7
1	89	750	27988	8	37, 3	34, 9
2	43	661	27238	15	41, 2	44, 2
3	25	618	26577	25	43, 0	45, 9
4	14	593	25959	42	43, 8	46, 4
5	12	579	25366	48	3 8	46, 2
6	11	567	24787	51	43, 7	45, 3
7	9	556	24220	62	43, 6	45, 4
8	8	547	23664	68	43, 3	44, 9
9	7	539	23117	77	42, 9	44, 4
10	5	532	22578	106	42, 4	43, 8
11	4	527	22046	132	41, 8	43, 1
12	4	523	21509	131	41, 1	42, 3
13	4	519	20996	130	40, 5	41, 5
14	4	515	20477	129	39, 8	40, 7
15	4	511	19962	128	39, 1	39, 1
16	4	507	19451	127	38, 4	39, 2
17	4	503	18944	126	37, 7	38, 4
18	4	499	18441	125	37, 0	37, 6
19	4	495	17942	124	36, 2	36, 8
20	5	491	17447	98	35, 5	36, 1
21	5	486	16956	97	34, 9	35, 3
22	5	481	16470	96	34, 2	34, 6
23	5	476	15989	95	33, 6	33, 9
24	5	471	15503	94	32, 9	33, 2
25	5	466	15042	93	32, 3	32, 4

Jahre.	Von 1000 Neugebornen sterben.	Von 1000 Gebornen leben.	Lebende von dem Alter und darüber.	Es stirbt einer von	Mittlere künftige Lebensdauer.	Wahrscheinliche künftige Lebens-Dauer.
A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.
25	5	466	15042	93	32, 3	32, 4
26	5	461	14576	92	31, 6	31, 7
27	5	456	14115	91	31, 0	31, 0
28	6	451	13659	75	30, 3	30, 3
29	6	445	13208	74	29, 9	29, 6
30	6	439	12763	73	29, 1	28, 9
31	6	433	12324	72	28, 5	28, 3
32	6	427	11891	71	27, 8	27, 6
33	6	421	11464	70	27, 2	26, 8
34	6	415	11043	69	26, 6	26, 3
35	7	409	10628	58	26, 0	25, 6
36	7	402	10219	57	25, 4	25, 0
37	7	395	9817	56	24, 9	24, 4
38	7	388	9422	55	24, 3	23, 8
39	7	381	9034	54	23, 7	23, 1
40	7	374	8653	53	23, 1	22, 5
41	7	367	8279	52	22, 5	21, 8
42	7	360	7912	51	22, 0	21, 2
43	7	353	7552	50	21, 4	20, 5
44	7	346	7199	49	20, 8	19, 9
45	7	339	6853	48	20, 2	19, 2
46	8	332	6514	41	19, 7	18, 6
47	8	324	6182	40	19, 0	18, 0
48	8	316	5858	39	18, 5	17, 4
49	8	308	5542	38	18, 0	16, 8
50	9	300	5234	33	17, 4	16, 2

Jahre.	Von 1000 Neugebornen sterben.	Von 1000 Gebornen leben.	Lebende von dem Alter und darüber.	Es stirbt einer von	Mittlere künftige Lebens-Dauer	Wahrscheinliche künftige Lebens-Dauer.
A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.
50	9	300	5234	33	17, 4	16, 2
51	9	291	4934	32	17, 0	15, 6
52	9	282	4643	31	16, 5	15, 1
53	9	273	4361	30	16, 0	14, 5
54	9	264	4088	29	15, 5	14, 0
55	9	255	3824	28	15, 0	13, 4
56	9	246	3569	27	14, 5	12, 9
57	9	237	3323	26	14, 0	12, 3
58	9	228	3086	25	13, 5	11, 8
59	9	219	2858	24	13, 1	11, 3
60	9	210	2639	23	12, 6	10, 8
61	9	201	2429	22	12, 1	10, 3
62	10	192	2228	19	11, 6	9, 8
63	10	182	2036	18	11, 2	9, 3
64	10	172	1854	17	10, 8	8, 9
65	10	162	1682	16	10, 4	8, 5
66	10	152	1520	15	10, 0	8, 1
67	10	142	1368	14	9, 6	7, 7
68	10	132	1226	13	9, 3	7, 4
69	10	122	1094	12	9, 0	7, 1
70	9	112	972	12	8, 7	6, 9
71	9	103	860	11	8, 3	6, 6
72	9	94	757	10	8, 1	6, 3
73	8	85	663	10	7, 8	6, 1
74	8	77	578	9	7, 5	5, 7
75	7	69	501	10	7, 3	5, 5

Jahre.	Von 1000 Neugebornen sterben.	Von 1000 Gebornen leben.	Lebende von dem Alter und darüber.	Es stirbt einer von	Mittlere künftige Lebens-Dauer	Wahrscheinliche künftige Lebens-Dauer.
A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.
75	7	69	501	10	7, 3	5, 5
76	7	62	432	9	7, 0	5, 2
77	6	55	370	9	6, 7	5, 1
78	6	49	315	8	6, 4	4, 9
79	6	43	266	7	6, 2	4, 6
80	5	37	223	7	6, 0	4, 5
81	4	32	186	8	5, 8	4, 3
82	4	28	154	7	5, 5	4, 0
83	4	24	126	6	5, 3	4, 0
84	3	20	102	7	5, 1	4, 0
85	3	17	82	6	4, 8	3, 7
86	2	14	65	7	4, 7	3, 5
87	2	12	51	6	4, 3	3, 0
88	2	10	39	5	3, 9	3, 0
89	2	8	29	4	3, 6	3, 0
90	1	6	21	6	3, 5	3, 0
91	1	5	15	5	3, 0	2, 5
92	1	4	10	4	2, 5	2, 0
93	1	3	6	3	2, 0	1, 5
94	1	2	3	2	1, 5	1, 0
95	1	1	1	1	1, 0	0, 5
96		0	0		0, 0	0, 0

Die Spalte A zählt die **vollendeten** Lebensjahre, daher das erste Lebensjahr die Ordnungszahl 0, das zweite die Ordnungszahl 1, das dritte die Ordnungszahl 2 erhält.

Die Spalte B. zeigt, wieviel von 1000 zu gleicher Zeit Gebornen in jedem Lebensjahre wegsterben, und diese Zahlen werden durch unmittelbare Beobachtung gefunden.

Die Zahlen der Spalte C. zeigen wie viele von 1000 zugleich Gebornen in jedem Alter noch am Leben sind, und die Zahlen dieser Spalte werden gefunden, wenn man die Zahlen der Spalte B. von den zugehörigen Zahlen der Spalte C. abzieht.

Die in der Spalte D. enthaltenen Zahlen entstehen, wenn man die Zahlen der Spalte C. von unten herauf zusammen addirt, und diese Zahlen zeigen zunächst,

wie viel Jahre eine gewisse Anzahl von Personen von einem bestimmten Alter zusammen genommen noch zu durchleben haben.

So steht bei dem 40sten Jahre in der Spalte C die Zahl 374, in der Spalte D die Zahl 8653, und dies will sagen, daß 374 Personen, welche 40 Jahre alt sind, zusammen genommen noch 8653 Jahre zu leben haben. Um die Richtigkeit dieser Bedeutung zu zeigen, wähle ich ein Beispiel in kleinen Zahlen. Neben dem 90sten Jahre steht in der Spalte C die Zahl 6, in der Spalte D. die Zahl 21, d. h. sechs Personen, deren jede 90 volle Jahre alt ist, haben zusammen genommen noch 21 Jahre zu durchleben. Alle sechs Personen vollenden nämlich das 91ste Jahr, macht im ganzen 6 Jahre; das 92ste Jahr vollenden nur noch 5, macht also wieder 5 Jahre; das 93ste vollenden 4, macht 4 Jahre; das 94ste vollenden 3, macht 3 Jahre; das 95ste vollenden 2, macht 2 Jahre; das 96ste vollendet nur einer, macht 1 Jahr. Die Summe der Jahre, welche die ganze Gesellschaft vollendet ist, also $= 6 + 5 + 4 + 3 + 1$, d. h. sie ist der Summe aller Zahlen in der Spalte C gleich, wenn man diese von unten herauf, bis zu dem Jahre, bei welchem die Zahl 90 steht, das letztere mitgerechnet, zusammen addirt.

Eben diesen Zahlen kann man auch noch eine andere Bedeutung beilegen. Wenn man sich nämlich einen Ort denkt, wo die Sterblichkeit im Beharrungszustande ist, und zwar so, daß jährlich 1000 geboren werden, und eben so viele mit Tode abgehen, so zeigen diese Zahlen an, wie viele Personen dieser Ort zählt, die ein gewisses Alter bereits überschritten haben. So zeigt also z. B. die Zahl 8653 neben dem 40sten Jahre an, daß an dem gedachten Orte 8653 Menschen leben, welche das 40ste Lebensjahr vollendet haben, und die Zahl 21 neben dem 90sten Jahre, daß eben dieser Ort 21 Personen zähle, welche das 90ste Lebensjahr vollendet haben. Es leben an demselben nämlich 6 Personen von 90 Jahren; 5 Personen von 91; 4 Personen von 92; 3 Personen von 93; 2 Personen von 94; 1 Person von 95 Jahren; also ist die Summe aller Personen, welche das 90ste Jahr vollendet haben, $= 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$, wie bei der vorigen Rechnung.

Die Spalte E zeigt, auf wie viel Personen eines gewissen Alters man jährlich einen Sterbefall rechnen kann. Neben dem 55sten Jahre steht in der Spalte E die Zahl 28, d. h. von 28 Personen, deren jede 55 Jahre alt ist, stirbt im Durchschnitt jährlich eine. Die Zahlen dieser Spalte findet man, wenn man die Zahlen der Spalte C durch die zugehörigen Zahlen der Spalte B dividirt, denn man sieht, daß in diesem Lebensalter die Zahl der Wegsterbenden sich zu der Zahl der Lebenden, wie 9 zu 255 verhält. Man dividire also beide Zahlen durch 9, so findet man, daß sich die Zahl der Wegsterbenden zu der Zahl der Lebenden beinahe wie 1 zu 28 verhält, und dieß will sagen, auf 28 Menschen von 55 Jahren ist immer ein Todesfall zu rechnen.

Die Spalte F. zeigt die sogenannte **mittlere Lebensdauer** eines Menschen von bestimmtem Alter, d. h.

die Anzahl von Jahren, welche derselbe noch zu leben hätte, wenn alle Personen seines Alters gleich lange lebten. Die Zahlen dieser Spalte findet man, wenn man die Zahlen der Spalte D. durch die zugehörigen Zahlen der Spalte C. dividirt. So steht neben dem Jahr 40 die Zahl 23,1, d. h. ein 40jähriger Mann würde noch 23, 1 Jahr zu leben haben, wenn alle Personen seines Alters gleich lange lebten. Nach der gegebenen Erläuterung haben nämlich 374 Personen von 40 Jahren zusammen genommen noch 8653 Jahre zu leben, wenn man also 8653 durch 374 dividirt, so findet man, wie lange jeder Einzelne noch zu leben haben würde, vorausgesetzt, daß diese 374 Personen gleich lange lebten.

Die Spalte G. endlich enthält die wahrscheinliche Lebensdauer eines Menschen von bestimmtem Alter, welche, wie die Tafel nachweis't, von der mittlern Lebensdauer nur wenig verschieden, und in der Regel nur um ein weniges kleiner ist. Um den Begriff der wahrscheinlichen Lebensdauer bestimmt zu fassen, denke man sich eine Gesellschaft von einem bestimmten Alter, so kann man die Frage aufwerfen: in wie viel Jahren die Hälfte der Gesellschaft weggestorben sein wird. Wir wollen annehmen, dies sei nach 15 Jahren der Fall, so kann man von jedem einzelnen Mitgliede behaupten, es sei eben so wahrscheinlich daß es nach 15 Jahren noch lebe, als daß es bereits verstorben sey, und 15 Jahre werden daher die wahrscheinliche Lebensdauer eines Menschen von dem bezeichneten Alter seyn. Die wahrscheinliche Lebensdauer eines Menschen ist also die Zeit, nach welcher die Hälfte einer Gesellschaft, welche mit ihm gleiches Alter hat, ausgestorben ist, und es ist leicht einzusehen, wie diese Spalte aus der Spalte C berechnet wird. Neben dem 50sten Jahr steht z. B. die Zahl 300, man sehe also in der Tafel nach, um welche Zeit diese Gesellschaft bis auf die Hälfte oder auf 150 Personen ausgestorben seyn wird. Die Tafel

zeigt, daß dies bald nach dem 66sten Lebensjahre geschehe, und wenn man also von 66 Jahren, das gegenwärtige Alter 50 abzieht, so erhält man die wahrscheinliche Lebensdauer eines 50jährigen Menschen, welche also ungefähr 16 Jahre seyn wird. Will man die Zahlen dieser Spalte noch in größerer Schärfe haben, so kann man dies leicht auf folgende Art bewirken. Die Spalte C zeigt, daß die Gesellschaft mit dem vollendeten 66sten Jahre, also in 16 Jahren, bis auf 152 Mitglieder zusammen geschmolzen seyn wird, man will aber wissen, in welcher Zeit sie bis auf 150 Personen ausgestorben seyn wird. Der Unterschied dieser beiden Zahlen ist 2, und die Spalte C zeigt, daß in dem Alter von 66 Jahren jährlich 10 Menschen sterben. Man schließe also 10 erfordern 1 Jahr, wie viel 2? die Antwort ist 0,2, und der Zeitpunkt, wo die Gesellschaft bis auf 150 Personen zusammen schmilzt, liegt also um 2 Zehntel eines Jahres weiter hinaus, d. h. die wahrscheinliche Lebensdauer ist 16,2 Jahre.

Vermittelst dieser Tafel ist es nun ganz leicht zu berechnen, in welcher Ordnung eine bestimmte Anzahl von Personen, deren Alter bekannt ist, wegsterben wird. Man denke sich z. B. eine Gesellschaft von 600 Personen, deren jede 50 Jahr alt ist, und man will wissen, wie viele von ihnen das 60ste Lebensjahr vollenden werden. Hier nehme man aus der Sterblichkeitstafel, und zwar aus der Spalte C diejenigen Zahlen, welche bei dem 50sten und 60sten Lebensjahre stehen. Es sind die Zahlen 300 und 210. Nun schließe man so:

von 300 Personen, welche 50 Jahr alt sind, vollenden 210 ihr 60stes Lebensjahr, wie viele also von 600?

oder kürzer:

300 geben 210 was geben 600? Antwort: 420.

Man sieht, daß die Beantwortung der Frage von einem gewöhnlichen Regeldetri-Exempel abhangt, und man begreift, daß man auf dieselbe Weise berechnen könne, wie viele Personen von der gedachten Gesellschaft ihr 61stes, 62stes, 63stes und jedes folgende Lebensjahr vollenden werden. Mit andern Worten: man kann das allmählige Absterben der Gesellschaft von Jahr zu Jahr berechnen, und dabei überzeugt seyn, daß der Erfolg von dem Ergebniß der Rechnung nie bedeutend abweichen wird, vorausgesetzt, daß die Gesellschaft nicht aus einer gar zu geringen Anzahl von Personen bestehe, sondern wenigstens einige hundert Mitglieder zähle.

Ueber Aufzinsung und Abzinsung eines gegebenen Kapitals.

Die zweite und dritte Voraussetzung, welche bei dieser Rechnung gemacht werden muß, betrifft ein Paar Fragen aus der Zinsrechnung, welche jedoch nur einer kurzen Erläuterung bedürfen.

1. Wenn eine Kasse, wie dies bei der unsrigen der Fall sein wird, von den Theilnehmern mehre Jahre hindurch bestimmte Zahlungen empfängt, und erst nach Ablauf einer gewissen Zeit Rückzahlungen an die Mitglieder zu machen hat, so kann sie die eingezahlten Summen in der Zwischenzeit auf Zinses-Zinsen benutzen. Der Einwand, daß Zinseszinsen weder üblich, noch gesetzlich erlaubt sind, trifft die gegenwärtige Kasse in keiner Art; denn wenn dieselbe alle ihre baaren Bestände, so weit sie nicht zur Deckung der laufenden Ausgaben erforderlich sind, am Ende eines jeden Jahres oder auch jedes halben Jahres, als ein neues Kapital zinsbar unterbringt,

und dies ist weder unerlaubt noch mit irgend einer Schwierigkeit verbunden, so zieht sie eben dadurch sogenannte Zinseszinsen, ohne sich des unrechtlichen Verfahrens schuldig zu machen, welches die ältern Gesetze unter dem Namen Anatocismus, die neuern unter dem Namen eines unerlaubten Wuchers mit Recht verbieten.

Es kommt also zunächst darauf an, zu berechnen, zu welcher Höhe ein gegebenes Kapital z. B. 1000 Rtl. in einer bestimmten Zeit z. B. in fünf Jahren durch Zinseszinsen anwachse. Diese Rechnung, welche wir in der Folge die Aufzinsungsrechnung nennen wollen, hat aber, sobald nur der Zinsfuß bestimmt ist, nicht die mindeste Schwierigkeit. Wir wollen annehmen der Zinsfuß sey 4 vom Hundert, so ergiebt sich sogleich, daß aus 100 Rthlr. nach einem Jahre 104 Rthlr. werden, und man setzt also an:

100 geben 104, was geben 1000?

Die Antwort ist 1040, und das ist der baare Bestand am Ende des ersten Jahres. Im zweiten Jahre kann nun das ganze Kapital von 1040 Rthlr. zinsbar benutzt werden, und man setzt also an:

100 geben 104, was geben 1040?

Die Antwort ist 1081 $\frac{6}{10}$ Rthlr., und dies ist der Bestand am Ende des zweiten Jahres. Während des dritten Jahres kann nun das ganze Kapital von 1081 $\frac{6}{10}$ Rthlr. zinsbar benutzt werden, und man setzt daher von Neuem an:

100 geben 104, was geben 1081 $\frac{6}{10}$?

Antwort: 1124 $\frac{864}{1000}$ Rthlr, und das ist der Bestand am Ende des dritten Jahres, der nun im vierten Jahre von Neuem seine Zinsen tragen kann. Man sieht leicht ein, wie die Rechnung für jedes folgende Jahr weiter fortzusetzen sei, und wird eben so leicht eine allgemeine Regel für das ganze Verfahren finden. Man muß näm-

lich das Kapital, dessen Vermehrung durch Zinseszinsen man sucht, mit 104 multipliziren und was heraus kommt durch 100 dividiren, oder, was einerlei ist, mit dem Bruche $\frac{104}{100}$ multiplizìren, und diese Rechnung so oft wiederholen, als die Anzahl der Jahre anzeigt, die das Kapital zinsbar benutzt wird. Wäre der Zinsfuß 5 vom Hundert, so würde die Rechnung im Wesentlichen ungeändert bleiben, nur müßte man statt 104 die Zahl 105 setzen, weil 100 Rthlr., welche 5 vom Hundert Zinsen tragen, sich nach einem Jahre in 105 Rthlr. verwandeln.

Das Einzige, was sich gegen diese Rechnung mit Grund erinnern läßt, wäre dieses: In der Regel lassen sich nur größere Summen, von 50 Rthlr. an, als zinsbare Kapitale unterbringen. Die hier geführte Rechnung setzt aber voraus, daß alle, auch die kleinsten Bestände zinsbar untergebracht werden, und zeigt also eigentlich bloß an, bis zu welcher Grenze ein Kapital durch Zinseszinsen anwachsen könnte, wenn die zinsbare Belegung eines jeden auch noch so kleinen Kapitals möglich wäre. Glücklicher Weise wird für Berlin diese Bedenklichkeit durch die hier bestehende Sparkasse so gut als aufgehoben, bei der jeder volle Thaler jährlich mit $4\frac{1}{6}$ vom Hundert verzinset wird. Allein auch bei größeren Kassen verschwindet diese Bedenklichkeit ganz, wenn man überlegt, daß es nicht nöthig ist, die zinsbare Unterbringung der Ueberschüsse bis zu Ende des Jahres anstehen zu lassen, sondern daß sie sehr wohl im Laufe des Jahres, und spätestens von 6 zu 6 Monaten geschehen könne. Dadurch wird aber der aus der Rechnung entstehende Irrthum mehr als vergütigt, und es ist nicht zu befürchten, daß man durch das vorhin angegebene Verfahren zum Nachtheil der Kasse rechnen könne.

Aber das Verfahren wird sehr umständlich und mühsam, wenn der Anwachs eines Kapitals berechnet werden soll, welches eine große Anzahl von Jahren zinsbar benutzt

wird. Die mathematische Rechenkunst zeigt nun zwar, wie man dieselbe Rechnung auf weit kürzerem Wege führen kann. Die Erläuterung desselben liegt aber außer den Grenzen meines Plans, bei welchem ich mir zunächst nur solche Leser gedacht habe, welche bloß die Rechnungsarten des gewöhnlichen Lebens kennen.

Um indeß auch für diese die Rechnung zu erleichtern, theile ich hier eine Tafel mit, welche anzeigt, zu welcher Höhe ein einziger Thaler durch Zinseszinsen zu 4 vom Hundert in einer Reihe von Jahren anwachse, und welche die hier vorkommenden Rechnungen ungemein erleichtern wird.

II.

Aufzinsungs-Tafel zu 4 vom Hundert.

Jahre der Nutzung.	Werth eines Thalers.	Jahre der Nutzung.	Werth eines Thalers.
1	1,04000000	26	2,77246978
2	1,08160000	27	2,88336857
3	1,12486400	28	2,99870332
4	1,16985856	29	3,11865145
5	1,21665290	30	3,24339751
6	1,26531902	31	3,37313341
7	1,31593178	32	3,50805874
8	1,36856902	33	3,64838109
9	1,42331181	34	3,79431634
10	1,48024428	35	3,94608899
11	1,53945405	36	4,10393255
12	1,60103222	37	4,26808985
13	1,66507351	38	4,43881345
14	1,73167645	39	4,61636599
15	1,80094350	40	4,80102063
16	1,87298124	41	4,99306145
17	1,94790049	42	5,19278391
18	2,02581651	43	5,40049527
19	2,10684917	44	5,61651508
20	2,19112314	45	5,82117568
21	2,27876807	46	6,07482271
22	2,36991879	47	6,31781562
23	2,46471554	48	6,57052824
24	2,56330416	49	6,83334937
25	2,66583633	50	7,10668335

Zum Verständniß dieser Aufzinsungs-Tafel bemerke ich nur das Eine, daß in der Hauptspalte die Ziffern vor dem Komma ganze Thaler anzeigen, die Ziffern hinter dem Komma aber sogenannte zehntheilige Brüche sind und daß daher die erste Ziffer hinter dem Komma Zehntel, die zweite Hundertel, die dritte Tausendtel, die vierte Zehntausendtel, die fünfte Hundertausendtel, die sechste Milliontel, die siebente Zehnmilliontel, die achte endlich Hundertmilliontel von einem Thaler anzeigt.

Will man nun wissen, zu welcher Höhe ein Kapital, z. B. 1000 Rthlr. durch Zinseszinsen zu 4 v. H. in zehn Jahren anwächst, so nimmt man aus der Tafel die bei 10 stehende Zahl 1,48024428, und multiplicirt dieselbe mit dem gegebenen Kapital, also in unserem Falle mit 1000, so hat man das Gesuchte gefunden. Wer mit Decimalbrüchen zu rechnen gelernt hat, weiß, daß diese Multiplication dadurch geschieht, daß man das Komma um drei Stellen weiter nach der rechten Hand rückt, und daß also das gedachte Kapital 1480,24428 Rl. sein wird. Wer diese Rechnung nicht kennt, wird wohl thun, sich mit derselben bekannt zu machen, um so mehr, da sie bei einiger Aufmerksamkeit in wenigen Stunden bis zu einer für die Ausübung hinlänglichen Vollständigkeit erlernt werden kann.

2. Der zweite Punkt aus der Zinsrechnung ist folgender. Wenn eine Kasse, die alle ihre Kapitale zinsbar benutzen kann, nach einer gewissen Reihe von Jahren z. B. nach 5 Jahren eine bestimmte Summe z. B. 1000 Rthlr. zu zahlen hat, so ist nicht erforderlich, daß sie die ganze Summe von 1000 Rthlr. schon gegenwärtig baar vorräthig habe, sondern sie ist vollkommen gedeckt, wenn sie nur ein Kapital besitzt, das mit Zinsen und Zinseszinsen während jener 5 Jahre bis auf 1000 Rthlr. anwächst. Diese Voraussetzung ist eine unmittelbare Folge der vorigen, und bedarf

daher keines weiteren Beweises. Es entsteht aber die Frage, wie findet man ein Kapital, welches mit Zinsen und Zinseszinsen in einer vorgeschriebenen Zeit z. B. in fünf Jahren bis zu einer bestimmten Höhe, z. B. bis auf 1000 Rtl. anwächst? Auch diese Rechnung hat gar keine Schwierigkeit und erfordert nur, daß man das Verfahren der Aufzinsung umkehre, denn man kann dieselbe Frage auch so stellen:

die verlangten 1000 Rthlr. sind aus einem Kapital erwachsen, welches vor 5 Jahren zinsbar belegt wurde, und von welchem die Zinsen immer von Neuem zum Kapital geschlagen wurden, wie groß ist also das ursprüngliche Kapital gewesen?

Nimmt man also wie vorher den Zinsfuß zu 4 v. H. an, so ist klar, daß 104 Rthlr., welche man gegenwärtig besitzt, vor einem Jahre nur 100 Rthlr. waren. Man setze also an:

104 waren 100 Rthlr., wie viel waren also 1000?

Die Antwort ist 961,538, und so viel würde erforderlich sein, um nach einem Jahre volle tausend Thaler zu haben. Hierauf setze man von Neuem an:

104 waren 100 Rthlr., was war also 961,538?

Die Antwort ist: 924,556 Rthlr.

und so viel würde erforderlich sein, um nach zwei Jahren volle Tausend Rthlr. zu haben.

Man sieht jetzt schon, wie sich diese Rechnung von Jahr zu Jahr weiter fortsetzen läßt, und wird daraus leicht eine allgemeine Regel für das ganze Verfahren herleiten. Man muß nämlich das Kapital immer von Neuem mit 100 multipliciren und was herauskommt, mit 104 dividiren, oder, was einerlei ist, das Kapital mit dem Bruche $\frac{100}{104}$ multipliciren, und diese Rechnung so oft wiederholen, als die Anzahl der Jahre anzeigt, nach welcher das Kapital zahlbar werden soll.

Diese Rechnung, welche man ganz schicklich die Abzinsungsrechnung nennen kann, ist bei den Kaufleuten unter der Benennung: Discontorechnung bekannt genug. Wer nämlich eine erst nach längerer Zeit zahlbare Forderung kauft, kann und wird dafür nie den vollen Nennwerth bezahlen, sondern wird seine Rechnung so anlegen, daß die gekaufte Forderung ihm sein ausgelegtes Kapital, sammt den Zinsen, die er in der Zwischenzeit davon hätte ziehen können, wieder einbringt. Der Kaufmann muß freilich bei dieser Rechnung auf mancherlei von den Zeitumständen abhangende Dinge Rücksicht nehmen; eine Kasse aber, welche ihre Kapitale zu einem bestimmten Zinsfuße zu nutzen gewohnt ist, kann nur nach dem vorhin erläuterten Verfahren rechnen.

Diese Abzinsungsrechnung wird freilich noch umständlicher als die Aufzinsungsrechnung, kann indeß auf ähnliche Art wie jene dadurch erleichtert werden, daß man den durch Abzinsung entstandenen Werth eines Thalers für so viele Jahre als es nöthig scheint, ein für alle Mal berechnet. Ich theile hier eine sogenannte Abzinsungstafel mit, welche anzeigt, welchen Werth gegenwärtig 1 Rthlr. hat, der erst nach einer Reihe von Jahren zahlbar wird, oder was einerlei ist, was für einen Bruch eines Thalers man gegenwärtig haben müsse, um nach einer bestimmten Reihe von Jahren Einen Rthlr. zu haben.

III.

III. Abzinsungs-Tafel zu 4 vom Hundert.

Nach wie viel Jahren das Kapital zahlbar wird.	Werth eines nach mehreren Jahren zahlbaren Thalers.	Nach wie viel Jahren das Kapital zahlbar wird.	Werth eines nach mehreren Jahren zahlbaren Thalers.
1	0,96153846	21	0,43883360
2	0,92455621	22	0,42195539
3	0,88899636	23	0,40572633
4	0,85480419	24	0,39012147
5	0,82192711	25	0,37511680
6	0,79031453	26	0,36068923
7	0,75991781	27	0,34681657
8	0,73069021	28	0,33347747
9	0,70258674	29	0,32065142
10	0,67556417	30	0,30831867
11	0,64958093	31	0,29646026
12	0,62459705	32	0,28505795
13	0,60057409	33	0,27409417
14	0,57747518	34	0,26355209
15	0,55526450	35	0,25341547
16	0,53390818	36	0,24366872
17	0,51337325	37	0,23429685
18	0,49362812	38	0,22528543
19	0,47464242	39	0,21662061
20	0,45638695	40	0,20828904

III. Abzinsungs-Tafel zu 4 vom Hundert.

Nach wieviel Jahren das Kapital zahlbar wird.	Werth eines nach mehreren Jahren zahlbaren Thalers.	Nach wie viel Jahren das Kapital zahlbar wird.	Werth eines nach mehreren Jahren zahlbaren Thalers.
41	0,20027793	61	0,09140423
42	0,19257493	62	0,08788868
43	0,18516820	63	0,08450835
44	0,17804635	64	0,08125803
45	0,17119841	65	0,07813272
46	0,16461386	66	0,07512762
47	0,15822555	67	0,07223809
48	0,15219477	68	0,06945970
49	0,14634112	69	0,06678818
50	0,14071262	70	0,06421940
51	0,13530059	71	0,06174942
52	0,13009672	72	0,05937445
53	0,12509300	73	0,05709084
54	0,12028173	74	0,05489501
55	0,11565551	75	0,05278367
56	0,11120722	76	0,05075353
57	0,10693002	77	0,04880147
58	0,10281733	78	0,04692449
59	0,09886282	79	0,04511970
60	0,09506040	80	0,04338433

Vermittelst dieser Tafel ist es nun ganz leicht zu berechnen, wieviel eine Kasse gegenwärtig haben müsse, um nach einer Reihe von Jahren ein bestimmtes Kapital zu erhalten. Man will z. B. wissen: wie viel muß die Kasse gegenwärtig haben, um nach 15 Jahren die Summe von 1000 Rthlr. zu haben. Hier nehme man aus der Abzinsungstafel die bei dem 15ten Jahre stehende Zahl 0,55526450, und multiplicire dieselbe mit 1000, so erhält man das gesuchte Kapital, welches in diesem Falle 555,26450 Rthlr. beträgt, und man sieht hieraus, daß vermittelst dieser Abzinsungstafel die ganze Rechnung in eine bloße Multiplication verwandelt wird, und wenn die Tafel einmal berechnet ist, für denjenigen, der mit Decimalbrüchen zu rechnen weiß, gar keine Schwierigkeit hat.

Berechnung der Kasse.

Nach diesen vorläufigen Betrachtungen läßt sich nun die Berechnung der Kasse selbst mit großer Genauigkeit führen, und es kann nun eine zweifache Aufgabe gestellt werden.

1. Die jährliche Pension ist bestimmt, und man sucht den jährlichen Beitrag, oder das erforderliche Einkaufsgeld.

2. Der jährliche Beitrag oder das Einkaufsgeld ist bestimmt, und man sucht in beiden Fällen die jährliche Pension, welche für diese Einzahlung gegeben werden kann.

Wir wollen sogleich die Auflösung dieser Aufgaben, und zwar an bestimmten Beispielen entwickeln, und zu diesem Ende zuerst den Beitrag berechnen, welchen ein 30=

jähriger an die Kasse zu leisten haben wird, wenn er, vom vollendeten 63sten Jahre an, eine jährliche Pension von 24 Rthlr. erhalten soll.

Ich nehme daher an, daß eine größere Anzahl von Personen, z. B. 439, sämmtlich volle 30 Jahre alt, zu gleicher Zeit aufgenommen werden, denn je mehre Personen unter denselben Bedingungen der Kasse beitreten, mit desto größerer Sicherheit läßt sich die Rechnung führen. Man berechne zuerst nach der Sterblichkeitstafel, in welcher Ordnung obige 439 Personen von Jahr zu Jahr wegsterben. Diese Rechnung kann hier aber ganz erspart werden, da wir für die an sich willkührliche Zahl der ersten Theilnehmer gerade diejenige Zahl genommen haben, welche in der Sterblichkeitstafel neben dem vollendeten 30. Lebensjahre steht, denn so werden die Zahlen der Spalte C in der Sterblichkeitstafel das allmählige Aussterben dieser ersten 439 Mitglieder ohne eine besondere Rechnung anzeigen, und es läßt sich nun die ganze Ausgabe, welche die Kasse für diese 439 Mitglieder haben wird, vollständig übersehen.

Von den 439 Mitgliedern vollenden nämlich 182 ihr 63stes Lebensjahr, und erhalten also in dem Laufe ihres 64sten Lebensjahres die bestimmte Pension von 24 Rthlr. Dies ist eine Ausgabe von 182 mal 24, oder 4368 Rthlr., und damit wegen der Zahlung keine Verzögerung entstehen kann, so ist es nothwendig, daß die ganze Summe von 4368 Rthlr. schon am Anfange des 64sten Lebensjahres, welches wir künftig das Anfangsjahr der Zahlung oder das erste Zahljahr nennen wollen, baar in der Kasse vorhanden sei.

Am Ende des 64sten Lebensjahres sind nach der Sterblichkeitstafel von den 439 anfänglichen Mitgliedern

noch 172 am Leben, und diese erhalten also im Laufe des nächsten Jahres an Gehalt 172 mal 24, d. i. 4128 Rthlr. Um diese Ausgabe zu bestreiten, ist es aber nicht erforderlich, daß schon am Anfange des ersten Zahljahres die volle Summe von 4128 Rthlr. baar in der Kasse vorhanden sei, sondern es reicht hin, wenn die Kasse ein Kapital besitzt, das mit den Zinsen eines Jahres 4128 Rthlr. beträgt. Um dieses Kapital zu finden, muß man die Summe von 4128 Rthlr. auf 1 Jahr abzinsen, und findet, daß die Kasse am Anfangsjahre der Zahlung ein baares Kapital von 3969,2309 Rthlr. besitzen muß, um die Ausgabe für das zweite Zahljahr zu decken.

Am Ende des 65sten Lebensjahres sind von den anfänglichen Mitgliedern noch 162 am Leben, und erhalten im Laufe des nächsten Jahres 162 mal 24, oder 3888 Rthlr. Diese Ausgabe ist aber vollkommen gedeckt, wenn die Kasse am Anfang des ersten Zahljahres ein Kapital besitzt, welches mit den Zinsen von zwei Jahren auf die Summe von 3888 Rthlr. anwächst. Man muß daher das Kapital auf 2 Jahre abzinsen, und findet, daß die Kasse am Anfang des ersten Zahljahres 3594,6745 Rthlr. vorräthig haben müsse, um die Ausgabe des 3ten Zahljahres zu decken.

Am Ende des 66sten Jahres leben von den anfänglichen Mitgliedern noch 152, und erhalten im Laufe des nächsten Jahres 152 mal 24, oder 3648 Rthlr. Zur Deckung dieser Ausgabe muß die Kasse am Anfange des ersten Zahljahres ein Kapital besitzen, das mit seinen dreijährigen Zinsen die Summe von 3648 Rthlr. ausmacht. Wenn man also das Kapital der 3648 Rthlr. auf drei Jahre abzinset, so findet man, daß ein Kapital von

3243,0589 Rthlr. zur Deckung der Ausgaben des vierten Zahljahres erforderlich ist.

Nunmehr sieht man, wie die Berechnung der Ausgabe weiter fortzusetzen ist. Die Sterblichkeitstafel giebt nämlich unmittelbar die Zahl der noch lebenden Mitglieder an. Daraus findet man durch bloße Multiplication mit 24, wieviel an Pensionen in jedem Jahre zu zahlen ist; und durch Abzinsung, wieviel am Anfang des ersten Zahljahres vorräthig seyn muß, damit die Ausgaben gedeckt sind.

Das Ergebniß dieser Rechnung ist in nachstehender Tafel enthalten.

IV.

Ausgabe für 182 drei und sechszigjährige Personen.

A. Vollendete Lebens-Jahre.	B. Zahl der lebenden Mitglieder.	C. Betrag der Pension.	D. Nach wie viel Jahren dieselbe fällig wird.	E. Das zur Deckung der Pension erforderliche Kapital.
63	182	4368	0	4368,0000
64	172	4128	1	3969,2309
65	162	3888	2	3594,6745
66	152	3648	3	3243,0589
67	142	3408	4	2913,1727
68	132	3168	5	2603,8651
69	122	2928	6	2314,0409
70	112	2688	7	2042,6591
71	103	2472	8	1806,6662
72	94	2256	9	1585,0356
73	85	2040	10	1378,1510
74	77	1848	11	1200,4255
75	69	1656	12	1034,3326
76	62	1488	13	893,6543
77	55	1320	14	762,2673
78	49	1176	15	652,9911
79	43	1032	16	550,9933
80	37	888	17	455,8754
81	32	768	18	379,1064
82	28	672	19	318,9587
83	24	576	20	262,8789
84	20	480	21	210,6401
85	17	408	22	172,1578
86	14	336	23	136,3240
87	12	288	24	112,9550
88	10	240	25	90,0280
89	8	192	26	69,2523
90	6	144	27	49,9416
91	5	120	28	40,0173
92	4	96	29	30,7845
94	3	72	30	22,1990
94	2	48	31	14,2301
95	1	24	32	6,8414
		48856		37285,4095

Zum Verständniß dieser Tafel bemerke ich nur Folgendes:

Die Spalte A. zeigt die vollendeten Lebensjahre der Mitglieder an; die Spalte B. zeigt, wie viele Personen am Ende eines jeden Jahres noch am Leben sind, und diese Zahlen sind, wie man schon weiß, unmittelbar aus der Sterblichkeitstafel entnommen. Die Spalte C. zeigt, wie viel in jedem Jahre an Pensionen zu zahlen ist, und diese Zahlen werden gefunden, wenn man die Zahlen der Spalte B. mit 24, als dem Betrage der jährlichen Pension multiplicirt. Die Spalte D. zeigt, nach wie viel Jahren die Pensionen fällig werden, oder auch auf wie viel Jahre man den Betrag der Pensionen abzinsen muß, um dasjenige Kapital zu finden, welches, zur Deckung der bevorstehenden Ausgaben, am Anfange des ersten Zahljahres erforderlich ist. Die Spalte E. endlich zeigt dasjenige Kapital an, welches zur Deckung der Ausgaben am Anfange des ersten Zahljahres vorhanden sein muß. Die Zahlen dieser Spalte werden gefunden, wenn man die Zahlen der Spalte C auf soviel Jahre abzinset, als die nebenstehende Zahl der Spalte D anzeigt.

Das Ergebniß dieser Rechnung ist, daß für die 439 Mitglieder, welche mit dem vollendeten 30sten Jahre der Kasse beitraten, im Ganzen die Summe von 48856 Rthlr. an Pension zu zahlen ist, daß aber nur die Summe von 37285,4095 Rthlr. am Anfange des ersten Zahljahres vorhanden sein darf, um die ganze Ausgabe zu decken. Ich werde aber in der Folge das zur Deckung der Ausgabe erforderliche Kapital in einer runden Summe zu 38000 Rthlr. annehmen, nicht sowohl zur Erleichterung der Rechnung, als zur größern Sicherheit der Kasse. Denn da sich vorzugsweise gesunde Menschen in Kassen dieser Art

einzukaufen pflegen, so darf man annehmen, daß immer einige ein höheres Alter erreichen werden, und man muß hierauf bei Bestimmung der Ausgabe Rücksicht nehmen.

Wir können hierauf zur Berechnung der erforderlichen Einnahme übergehen. Soll die Kasse bestehen können, so muß das, was durch die Beiträge der 439 Mitglieder bis zu deren vollendetem 63sten Lebensjahre einkommt, der obigen Ausgabe gleich sein. Wir wollen daher annehmen, daß jedes Mitglied am Anfang eines jeden Jahres 1 Reichsthaler einzahlt, ohne uns darum zu bekümmern, ob dieser Beitrag zu hoch oder zu niedrig sei, und wollen berechnen, wie groß unter dieser Voraussetzung die gesammte Einnahme der Kasse sein wird.

Am Anfange des 31sten Lebensjahres sind nach der Voraussetzung 439 Mitglieder vorhanden. Diese zahlen 439 Rthlr. zur Kasse ein. Diese Summe kann aber bis zum Anfange des ersten Zahlungsjahres, also 33 Jahre lang, zinsbar benutzt werden, und wächst durch Zinseszinsen bis auf die Höhe von 1601,6393 Rthlrn. an.

Am Ende des 31sten oder am Anfange des 32sten Lebensjahres sind nach der Sterblichkeitstafel von den anfänglichen 439 Mitgliedern noch 433 am Leben, und zahlen 433 Rthlr. zur Kasse ein. Diese Summe kann 32 Jahre lang zinsbar benutzt werden, und wächst daher zu einer Höhe von 1518,9894 Rthlr. an.

Am Ende des 32sten oder am Anfange des 33sten Lebensjahres sind noch 427 Mitglieder am Leben, und zahlen 427 Rthlr. zur Kasse. Da ihr Beitrag aber noch 31 Jahre lang zinsbar benutzt werden kann, so wächst derselbe zu der Höhe von 1440,3280 Rthlr. an.

Jetzt übersieht man leicht, wie auch die Berechnung der Einnahme von Jahr zu Jahr weiter fortgesetzt werden kann. Die Sterblichkeitszahl zeigt nämlich die Zahl der noch lebenden Mitglieder an. Dadurch hat man zugleich die Einnahme der Kasse für jedes Jahr, und kann vermittelst der Aufzinsungstafel leicht berechnen, bis zu welcher Höhe dieser Beitrag vermittelst der gesammelten Zinsen anwächst. Das Ergebniß dieser Rechnung ist in der 5ten Tafel mitgetheilt.

V.
Einnahme von 439 dreißigjährigen Personen.

A. Vollendete Lebens-Jahre.	B. Zahl der lebenden Mitglieder u. deren Beitrag.	C. Jahre der Nutzung.	D. Werth des Beitrags.
30	439	33	1601,6393
31	433	32	1518,9894
32	427	31	1440,3280
33	421	30	1355,4704
34	415	29	1294,2404
35	409	28	1226,4697
36	402	27	1159,1142
37	395	26	1095,1256
38	388	25	1034,3345
39	381	24	976,6189
40	374	23	921,8036
41	367	22	869,7602
42	360	21	820,3565
43	353	20	773,4665
44	346	19	728,9698
45	339	18	686,7518
46	332	17	646,7030
47	324	16	606,8459
48	316	15	569,0981
49	308	14	533,3564
50	300	13	499,5221
51	291	12	465,9004
52	282	11	434,1261
53	273	10	404,1067
54	264	9	375,7543
55	255	8	348,9851
56	246	7	323,7192
57	237	6	299,8806
58	228	5	277,3969
59	219	4	256,1980
60	210	3	236,2214
61	201	2	217,4016
62	192	1	199,6800
	10727		24198,3346

Zum Verständniß dieser Tafel bemerke ich nur Folgendes:

Die Spalte A. zeigt, wie vorhin, die vollendeten Lebensjahre der Mitglieder an; die Spalte B. zeigt die Zahl der noch übrigen Mitglieder, und zugleich deren gesammten Beitrag an, wenn jedes Mitglied 1 Rthlr. jährlich zur Kasse einzahlt. Die Spalte C. zeigt, wieviel Jahre die Einnahme eines jeden Jahres noch zinsbar benutzt werden kann, und die Spalte D. endlich zeigt, bis zu welcher Höhe die Einnahme jedes Jahres durch die gesammelten Zinsen anwächst.

Aus der Tafel ergiebt sich, daß die Kasse, wenn jedes Mitglied jährlich 1 Rthlr. zahlt, von den 439 Mitgliedern eine Einnahme von 10727 Rthlr. haben wird, daß diese Einnahme aber durch die gesammelten Zinsen bis auf die Höhe von 24198,3346 Rthlr. anwächst, wofür ich, zur größern Sicherheit, die runde Summe von 24000 Rthlr. annehmen will.

Wäre hier nun Einnahme und Ausgabe einander gleich, so wäre 1 Rthlr. derjenige jährliche Beitrag, welchen ein 30jähriges Mitglied für eine jährliche Pension von 24 Rthlr. zu zahlen hätte. Da aber die Ausgabe die Einnahme übersteigt, so entsteht die Frage, wie weit muß der Beitrag erhöht werden, damit Einnahme und Ausgabe gleich werden? Hier schließe man aber so:

um der Kasse eine Einnahme von 24000 Rthlr. zu schaffen, mußte jedes Mitglied einen jährlichen Beitrag von 1 Rthlr. zahlen, wieviel wird unter den nämlichen Umständen jedes Mitglied zahlen müssen, damit die Kasse eine Einnahme von 38000 Rthlr. erhalte, oder kürzer:

24000 Rthlr. erfordern 1 Rthlr. was 38000 Rthlr.?

Die Antwort ist 1 Rthlr. 14 gr. und dies ist also der Beitrag eines dreißigjährigen Mannes.

Noch ein Paar Kleinigkeiten sind über diese Rechnung zu bemerken. Wir haben die Zahl der Mitglieder sowohl derer, welche zur Kasse beitragen, als derer, welche bereits ihr Gehalt beziehen, immer nach dem Anfange des laufenden Jahres bestimmt, ohne darauf Rücksicht zu nehmen, daß Einige derselben im Laufe des Jahres wegsterben. Es wäre aber eine völlig überflüssige Genauigkeit, auch hierauf Rücksicht nehmen zu wollen, und man sieht es, zur Vereinfachung der Rechnung, lieber so an, als ob jeder gerade mit dem Schlusse eines Jahres stirbt. Wir haben aber auch angenommen, daß der Beitrag des ersten Jahres noch volle 33, der Beitrag des zweiten Jahres volle 32, und jeder folgende Beitrag ein Jahr weniger zinsbar benutzt werden kann. Dies wäre eigentlich nur dann vollkommen richtig, wenn die Beiträge am Anfange eines jeden Jahres entrichtet würden, was doch in der Wirklichkeit nicht der Fall sein wird. Indeß kann doch ein Theil der Beiträge zu Anfang des Jahres, der übrige allemal im Laufe des Jahres, zinsbar ausgethan werden, und da dasselbe auch von den gesammelten Zinsen gilt, so habe ich es bei der Rechnung so angesehen, als würden die Beiträge am Anfange des Jahres entrichtet. Sobald die Kasse ein großes Kapital zu verwalten hat, gleicht sich dieser Schade auf mancherlei Weise aus; ist die Kasse aber von geringerem Umfange, so ist es sicherer anzunehmen, daß die Beiträge eines Jahres erst am Ende desselben zinsbar untergebracht werden. Man würde also den Beitrag des ersten Jahres nur 32 Jahre lang, jeden folgenden Beitrag aber 1 Jahr weniger zinsbar benutzen können, und es ergiebt sich hieraus, welche Veränderung die Spalte D. in derjenigen Tafel leiden würde, welche die Einnahme der Kasse darstellt.

Es ist noch übrig zu berechnen, wieviel jedes Mitglied bei seinem Eintritt zu erlegen haben würde, wenn die ganze Ausgabe durch Einkaufsgeld gedeckt werden sollte. Diese Rechnung ist aber höchst einfach. Wir wissen bereits, daß die Ausgabe für 439 Mitglieder die Summe von 38000 Rthlr. beträgt. Das gesammte Einkaufsgeld dieser Mitglieder muß also mit den Zinsen von 33 Jahren die Summe von 38000 Rthlr. betragen. Es ist also nur nöthig, daß man diese Summe auf 33 Jahre abzinse, so findet man 10415,57846 Rthlr. als die Summe des Einkaufgeldes von 439 Mitgliedern. Dividirt man diese Summe durch 439, so erhält man 23,726 Rthlr. als das Einkaufsgeld eines einzelnen Mitgliedes, wofür man aber in einer runden Summe 24 Rthlr. annehmen kann.

Wir wollen nunmehr auch den Beitrag eines 50jährigen Mitgliedes berechnen, wobei es sich ergeben wird, daß der größte Theil der erforderlichen Rechnung bereits in den beiden letzten Tafeln enthalten ist. Man muß wieder annehmen, daß eine größere Anzahl von 50jährigen Personen der Kasse zu gleicher Zeit beitritt; da aber die Zahl der ersten Theilnehmer willkührlich ist, so nehme man an, daß gerade 300 Personen mit dem vollendeten 50. Lebensjahre der Kasse beitreten. Die Zahl 300 findet sich in der Sterblichkeitstafel neben dem vollendeten 50sten Lebensjahre, die Zahlen der Spalte C in der Sterblichkeitstafel zeigen also auch an, in welcher Ordnung diese 300 Mitglieder wegsterben. Von den 300 Personen, welche mit dem 50sten Lebensjahre der Kasse beitraten, gelangen daher eben so viele zur Hebung als vorher von den 439 Personen, welche der Kasse mit dem vollendeten 30sten Lebensjahre beitraten, und die Kasse hat für diese 300 Personen gerade dieselbe Ausgabe, wie für jene 439, nämlich die Summe von 38000 Rthlr.

Um die Einnahme von diesen 300 Personen mit der Ausgabe ins Gleichgewicht zu setzen, nehme man wieder an, daß jeder einen jährlichen Beitrag von 1 Rthlr. leiste, und berechne die gesammte Einnahme, welche hieraus für die Kasse entsteht. Am Anfange des 51sten Lebens-Jahres leben, der Annahme nach, 300 Mitglieder, und zahlen 300 Rthlr. zur Kasse. Diese 300 Rthlr. können 13 Jahre lang zinsbar benutzt werden, und wachsen daher auf die Höhe von 499,5221 Rthlr. an. Am Ende des 51sten, oder am Anfange des 52sten Lebensjahres sind noch 291 Mitglieder übrig, und zahlen 291 Rthlr., welche 12 Jahre zinsbar benutzt werden können, und daher bis auf die Summe von 465,9004 Rthlr. anwachsen.

Es ist aber nicht nöthig, diese einzelnen Stücke der Einnahme besonders zu berechnen, denn man sieht leicht, daß sie in der Tafel, welche die Einnahme von den 30jährigen Mitgliedern darstellt, bereits enthalten sind, und wenn man in dieser Tafel diejenigen Zahlen der Spalte D., welche von 50 bis 63 enthalten sind, zusammen addirt, so findet man, wieviel es der Kasse einbringt, wenn jedes der 300 Mitglieder bis zum vollendeten 63sten Lebensjahre jährlich 1 Rthlr. einzahlt, nämlich 4338,8924 Rthlr., wofür wir in einer runden Summe nur 4300 Rthlr. annehmen wollen. Man findet daher den erforderlichen Beitrag wieder durch folgenden Schluß:

Zur Deckung einer Ausgabe von 4300 Rthlr. wird 1 Rthlr. jährlicher Beitrag erfordert, wieviel also zu der Ausgabe von 38000 Rthlr.? Oder kürzer:

4300 Rthlr. geben 1 Rthlr., was geben 38000 Rthlr.

Die Antwort ist: 8,8372 Rthlr.,

wofür man in einer runden Summe 8 Rthlr. 22 Gr. annehmen kann, und das ist also der jährliche Beitrag den ein Funfzigjähriger für eine jährliche Pension von 24 Rtl. zu erlegen hat.

Will man aber das Einkaufsgeld für einen Funfzigjährigen bestimmen, so ist es nur nöthig, die Ausgabe für die 300 Mitglieder, und daraus diejenige Summe zu berechnen, welche am Anfange des ersten Zahljahres in der Kasse sein muß, um alle Ausgaben zu decken, und welche, wie wir schon wissen, 38000 Rthlr beträgt. Nun muß das Einkaufsgeld der sämmtlichen Mitglieder nebst den 13 jährigen Zinsen dieser Summe gleich sein, man berechnet also nach der Abzinsungstafel, wie viel in die Kasse eingezahlt werden muß, damit sie nach 13 Jahren ein Kapital von 38000 Rthlr. habe, und findet 22821,8154 Rthlr. Diese Summe dividirt man durch 300, als die Anzahl der eingekauften Mitglieder, so findet man, daß jedes Mitglied, die Summe von 76,0727 Rthlr. als Einkaufsgeld zu erlegen hat.

Auf eben diese Weise kann man den Beitrag oder das Einkaufsgeld für die Mitglieder von jeglichem Alter berechnen; denn zu einem vollständigen Plane ist es freilich erforderlich, daß für jedes Jahr eine besondere Rechnung geführt wird, und wenn man also annimmt, daß der Einkauf vom vollendeten zwanzigsten bis zum vollendeten funfzigsten Lebensjahre Statt finden soll, so würden 31 besondere Rechnungen zu führen sein. Man übersieht aber bald, daß für die Jahre, welche zwischen dem 30. und 50sten Jahre liegen, die ganze Rechnung aus der IV. und V. Tafel mit leichter Mühe entnommen werden kann, auch wird man für die ganze Rechnung leicht eine allgemeine Regel aus den beiden vollständig durchgeführten Beispielen entnehmen können.

Man

Man nimmt nämlich für die an sich willkührliche Zahl der ersten Theilnehmer allemal diejenige Zahl an, welche in der Sterblichkeitstafel neben dem Alter der eintretenden Personen steht, und berechnet diejenige Summe, welche zur Deckung der für diese Personen zu machenden Ausgabe erforderlich ist, und welche, wie wir schon wissen, in jedem Falle 37285,4095, oder in runder Summe 38000 Rthlr. beträgt. Hierauf berechnet man auch diejenige Einnahme, welche es der Kasse einbringt, wenn jedes Mitglied jährlich einen Thaler einzahlt.

Wenn man nun die erstere Summe durch die letztere dividirt, so erhält man den jährlichen **Beitrag**, und wenn man die erstere Summe (38000 Rthlr.) auf so viel Jahre abzinst, als zwischen dem geschehenen Einkauf und dem Anfangs-Jahre der Zahlung liegen, und was herauskommt durch die Zahl der eintretenden Mitglieder dividirt, so erhält man das **Einkaufsgeld**.

Damit man im Stande sei, das ganze Ergebniß der Rechnung zu übersehen, bemerke ich noch, wie viel sowohl Beitrag als Einkaufsgeld für Personen von 30, 35, 40 45 und 50 Jahren in einer runden, zur Sicherheit der Kasse vergrößerten Summe betragen würde, nämlich:

1 Person von	30 Jahren,	zahlt	Beitrag	1 Rl.	14 gr.	Einkaufsgeld	24 Rl.
„ „ „	35 „	„	„	2 „	6 „	„	31 „
„ „ „	40 „	„	„	3 „	8 „	„	42 „
„ „ „	45 „	„	„	5 „	4 „	„	56 „
„ „ „	50 „	„	„	8 „	16 „	„	76 „

Wir haben bisher immer vorausgesetzt, daß die jährliche Pension bestimmt sei, und aus dieser den Beitrag und das Einkaufsgeld berechnet. Man kann aber auch entweder

den Beitrag oder das Einkaufsgeld für ein gewisses ... will ührlich bestimmen, und daraus die Höhe der jährlichen Pension berechnen, und dies war der Gegenstand der zweiten Aufgabe. Diese Rechnung würde namentlich dann erforderlich sein, wenn bei einer schon bestehenden Kasse dieser Art ein Zweifel entstände, ob für den üblichen Beitrag die Pension etwa zu hoch oder zu niedrig angesetzt sei. Wir wollen daher noch an einem Beispiele kürzlich zeigen, wie auch in diesem Falle zu rechnen sei.

Man nehme an, daß der Beitrag eines 30jährigen Mannes auf 3 Rthlr. bestimmt sei, und es soll berechnet werden, wie viel ihm an Pension gegeben werden könne. Man nehme wieder an, daß 439 Personen mit dem vollendeten 30sten Lebensjahre eintreten, so giebt die Sterblichkeitstafel das allmählige Aussterben dieser Gesellschaft ganz unmittelbar an, und man kann daher leicht berechnen, wie viel an Beiträgen mit Einschluß der Zinsen einkommt. Die V. Tafel stellt schon diese Einnahme vor, wenn unter den nämlichen Umständen jährlich ein Rthlr. eingezahlt wird; wenn man also die aus dieser Tafel entnommene Summe von 24198,3346 Rthlr. mit 3 multiplicirt, so erhält man 72595,0038 Rthlr. als diejenige Einnahme, welche aus dem Beitrage von 3 Rthlr. erwächst. Nunmehr berechne man, wie viel am Anfange des ersten Zahljahres in der Kasse sein müsse, damit jedes Mitglied jährlich einen Thaler erhalte. Die IV. Tafel stellt aber diese Ausgabe schon für den Fall vor, daß die jährliche Pension 24 Rthlr. beträgt, wenn man also die aus der IV. Tafel entnommene Summe von 37285,4095 Rthlr. durch 24 dividirt, so erhält man die Summe, welche am Anfange des ersten Zahljahres vorräthig sein muß, um jedem Mitgliede eine Pension von einem Thaler zu zahlen, nämlich 1553,5587 Rthlr. Nunmehr mache man folgenden Schluß.

Eine Einnahme von 1553,5587 Rthlr. würde eine jährliche Pension von 1 Rtl. decken, wie viel wird also durch die wirkliche Einnahme von 72595,0038 Rtl. gedeckt?

oder kürzer:

1553,5587 Rtl. geb. 1 Rtl. was geb. 72595,0038 Rtl.

Die Antwort ist 46,7282 Rtl. wofür man in einer runden Summe 46 Rtl. setzen kann, und soviel könnte also ein dreißigjähriger Mann für den jährlichen Beitrag von 3 Rthlr. an Pension erhalten.

Wäre aber nicht der Beitrag, sondern das Einkaufsgeld etwa auf 30 Rthlr. bestimmt, so berechnet man die Einnahme der Kasse auf folgendem einfache en Wege. Das Einkaufsgeld der 439 Mitglieder beträgt 13170 Rtl. und kann noch 33 Jahre zinsbar benutzt werden, es wächst daher bis zum Anfang des ersten Zahljahres auf die Höhe von 48049,1790 Rthlr. an. Nun mußte nach der vorigen Rechnung zu einer Pension von 1 Rthlr. die Summe von 1553,5587 Rtl. am Anfange des ersten Zahljahres in der Kasse sein, man schließt also wie vorher:

1553,5587 Rtl. geb. 1 Rtl., was geb. 48049,1790 Rtl.?

Die Antwort ist 30,9285 Rtl., und so viel könnte also ein dreißigjähriger Mann für ein Einkaufsgeld von 30 Rtl. an jährlicher Pension erhalten.

Die allgemeine Regel für diese Rechnung ist also:

man dividire die durch das Einkaufsgeld oder die Beiträge entstandene Einnahme durch dasjenige Kapital, welches erforderlich wäre, wenn jedes Mitglied jährlich einen Thaler erhalten sollte; wie aber beide

Summen einzeln gefunden werden, ist in dem Vorhergehenden umständlich erläutert.

Will man endlich die Kasse auf Einkauf und Beiträge zugleich gründen, so ist es wohl das Einfachste, daß man für das Einkaufsgeld eine unveränderliche Summe willkührlich festsetzt, und dann bloß den annoch erforderlichen Beitrag berechnet. Soll z. B. ein Dreißigjähriger für eine Pension von 24 Rtl. ein Einkaufsgeld von 10 Rtl. erlegen, so wird der Beitrag durch folgende Rechnung gefunden. Man berechnet für das gegebene Alter den Werth der erforderlichen Summe, oder diejenige Summe, die am Anfange des ersten Zahljahres in der Kasse sein muß, um die ganze Ausgabe zu decken. Man berechnet ferner die aus dem Einkaufsgeld und dessen Zinsen entstehende Einnahme, und zieht diese von dem Werth der erforderlichen Ausgabe ab, so ist der Rest dasjenige, was durch Beiträge gedeckt werden muß, und nun läßt sich der Beitrag ganz nach den vorigen Regeln berechnen.

Wollte man aber lieber für den Beitrag eine willkührliche Summe annehmen, so wird das noch erforderliche Einkaufsgeld auf folgende Art berechnet. Man sucht zuerst wieder den Werth der ganzen Ausgabe, und die aus dem Beitrage erwachsende Einnahme, und zieht letztere von der ersteren ab, so ist der Rest dasjenige, was durch Einkaufsgeld zu decken bleibt. Wie diese leichte Rechnung zu führen sei, ist aber schon früher erläutert worden.

* *
*

Für diejenigen Leser, welche wenigstens mit der Elementar-Mathematik bekannt sind, will ich hier noch einen andern und viel kürzern Weg zur Berechnung der Kasse angeben, für diejenigen Leser aber, denen ganz unheimlich zu Muthe wird, wenn sie eine algebraische Formel sehen, hat der Setzer zu Anfang und zu Ende dieses Abschnittes drei Sterne, als eben so viele Warnungstafeln aufgerichtet, damit jeder die bedenkliche Stelle rasch überschlagen kann, so wie man etwa einem Orte, wo es nicht recht geheuer ist, durch einen Umweg oder schnelleres Fahren zu entkommen sucht.

Nach der Sterblichkeitstafel ist die mittlere Lebensdauer eines 63jährigen Menschen 10,2 Jahre. Nun läßt es sich so ansehen, als hätte die Kasse allen zur Hebung gelangenden Mitgliedern 11 Jahre lang eine bestimmte Rente zu zahlen, und die ganze Rechnung läßt sich also auf folgenden Grundsatz bauen:

> Dasjenige Kapital, welches entweder durch das Einkaufsgeld oder durch Beiträge bis zum vollendeten 63sten Lebensjahre entstanden ist, muß hinreichen, jedem Mitgliede, welches zur Hebung gelangt, 11 Jahre lang die bestimmte Rente zu zahlen; umgekehrt muß daher die Rente so groß sein, daß das erwähnte Kapital nebst dessen Zinsen in 11 Jahren gerade aufgezehrt wird.

Man bezeichne das durch Beiträge oder Einkauf entstandene Kapital durch K, den jährlichen Betrag der Rente

für alle Mitglieder durch R; der Zinsfuß sei, wie vorher, 4 vom Hundert, so daß man das Kapital durch den Bruch $\frac{104}{100}$ multipliciren muß, um zu finden, wie es sich in einem Jahre durch Zinsen vermehrt hat.

Von dem Kapital K muß man gleich am Anfange des ersten Zahljahres den Betrag einer jährlichen Rente R in der Kasse behalten, damit wegen Auszahlung der Rente kein Verzug entstehe, man kann daher im ersten Jahre noch die Summe K — R zinsbar benutzen, und am Ende des Jahres hat man also

$$(K - R) . \frac{104}{100} = K . \frac{104}{100} - R . \frac{104}{100}.$$

Am Anfange des zweiten Jahres muß man hiervon die für das nächste Jahr erforderliche Summe R abermals abziehen, und es bleibt also zur zinsbaren Benutzung

$$K . \frac{104}{100} - R \frac{104}{100} - R$$

und man hat daher am Ende des zweiten Jahres

$$K . \left(\frac{104}{100}\right)^2 - R . \left(\frac{104}{100}\right)^2 - R . \frac{104}{100}.$$

Während des dritten Jahres kann nun die Summe

$$K . \left(\frac{104}{100}\right)^2 - R . \left(\frac{104}{100}\right)^2 - R . \frac{104}{100} - R$$

zinsbar benutzt werden, und man hat daher am Ende des dritten Jahres die Summe

$$K . \left(\frac{104}{100}\right)^3 - R \left(\frac{104}{100}\right)^3 - R \left(\frac{104}{100}\right)^2 - R . \frac{104}{100}.$$

Nunmehr läßt sich schon übersehen, nach welchem Gesetz die Formel, welche den Zustand des Kapitals für das Ende eines gewissen Jahres ausdrückt, weiter fortschreitet; um dasselbe aber allgemein auszudrücken, setze man den Bruch $\frac{104}{100} = z$, die Zahl der Jahre, während welcher die Rente zu zahlen ist, d. h. die mittlere Lebensdauer eines 63jähri-

gen Mannes = n, so ist der Zustand des Kapitals am Ende des nten Jahres

$$Kz^n - Rz^n - Rz^{n-1} - Rz^{n-2} \ldots - Rz = Kz^n$$

$$- (Rz^n + Rz^{n-1} + Rz^{n-2} \ldots + Rz).$$

Die eingeklammerte Formel ist eine geometrische Reihe von n Gliedern, mit dem Exponenten z, und man kann Rz als das erste, Rz^n als das letzte Glied derselben ansehen. Die Summe dieser Reihe ist also

$$\frac{z. Rz^n - Rz}{z - 1} = \frac{R(z^{n+1} - z)}{z - 1},$$

und der Zustand des Kapitals nach n Jahren ist

$$Kz^n - \frac{R(z^{n+1} - z)}{z - 1}.$$

Soll nun das Kapital durch die Rente aufgezehrt werden, so ist

$$Kz^n - \frac{R(z^{n+1} - z)}{z - 1} = 0,$$

welches geschieht, wenn

$$Kz^n = \frac{R(z^{n+1} - z)}{z - 1}.$$

Da nun z durch den angenommenen Zinsfuß, n aber aus der Sterblichkeitstafel bekannt ist, so läßt sich sowohl

R als K berechnen, wenn eines von beiden gegeben ist. Man hat nämlich

$$K = \frac{R(z^{n+1} - z)}{z^n (z - 1)}$$

$$R = \frac{Kz^n (z - 1)}{z^{n+1} - z}$$

Da R den Betrag der jährlichen Rente für alle Mitglieder bezeichnet, so muß man R noch durch die Zahl der zur Hebung kommenden Mitglieder dividiren, um die jährliche Pension eines einzelnen Mitgliedes zu erhalten.

Wenn man aber aus R oder K den jährlichen Beitrag berechnen will, so muß man sich mit einer bloßen Näherungsformel begnügen, wenn die Rechnung nicht eben so umständlich werden soll, als die in der Schrift selbst entwikkelte. Man kann hier aber um so mehr mit einer bloßen Näherung sich begnügen, da die Grundlage der ganzen Rechnung, nämlich die Sterblichkeitstafel selbst, nur für eine bloße Näherung gelten darf.

Man nehme also an, daß die eingekauften Mitglieder bis zu dem ersten Zahljahre hin, gleichförmig aussterben, eine Annahme, welche, wie die Spalte C in der Sterblichkeitstafel nachweiset, der Wahrheit sehr nahe kommt, in so fern man sie nicht auf eine sehr große Reihe von Jahren ausdehnt. Hieraus läßt sich leicht die Mittelzahl der fortwährend beitragenden Mitglieder berechnen, welche wir allgemein durch m bezeichnen wollen.

Das arithmetische Mittel zwischen der Zahl der eintre-

tenden und der zur Hebung gelangenden Mitglieder würde, wie man leicht sieht, diese Mittelzahl viel zu klein geben, da die mehresten Todesfälle erst in den späteren Jahren eintreten. Das Sicherste ist also, daß man die Zahl der Lebenden von dem Jahre des Einkaufs an, bis zu dem 63sten Jahre hin, summirt, und die Summe durch die Anzahl der dazwischen liegenden Jahre dividirt. Der umständlichen Summirung kann man sich aber leicht überheben, denn aus der Einrichtung der mitgetheilten Sterblichkeitstafel ist bekannt, daß in der Spalte D neben dem 30. Jahre die Summe aller Zahlen der Spalte C, von unten herauf bis zum 30. Jahre enthalten sei; diese Summe ist aber 12763. Auf eben diese Art zeigt die Zahl 2036, welche in der Spalte D neben dem 63sten Jahre steht, die Summe eben dieser Zahlen, von unten herauf bis zum 63sten Jahre an, und wenn man daher die letztere Zahl von der ersteren abzieht, so findet man ohne Mühe, daß 10727 die Summe aller Lebenden vom 30sten bis zum 63sten Jahre sei. Daraus aber ergiebt sich die Mittelzahl der Beitragenden oder die m = 325.

Nun sei der Beitrag eines einzelnen Mitgliedes = B, so ist die jährliche Einnahme = m B. Wenn ferner die Anzahl der Jahre, welche zwischen dem geschehenen Einkauf und dem ersten Zahlungsjahre liegen, = r ist, so kann die Einnahme des ersten Jahres noch r, die des zweiten noch r — 1, die des rten Jahres noch 1 Jahr lang Zinsen tragen, wenn nämlich, wie wir schon früher angenommen haben, die Einzahlung der Beiträge jedes Mal zu Anfang des Jahres geschieht. Wenn nun z die im Vorigen angegebene Bedeutung behält, so ist die ganze Einnahme der Kasse

$$m B z^{r} + m B z^{r-1} + m B z^{r-2} \ldots\ldots + m B z.$$

Die Summe dieser Reihe ist

$\frac{m Bz^{r+1} - m Bz}{z - 1}$, und da dieselbe dem zur Deckung der Ausgabe erforderlichen Kapital K gleich sein muß, so hat man

$$K = \frac{m Bz^{r+1} - m Bz}{z - 1},$$

und daraus findet man

$$B = \frac{K(z - 1)}{m(z^{r+1} - z)}.$$

Da nun z, r, n und m gegeben sind, so läßt sich sowohl B als R berechnen, wenn eines von beiden gegeben ist, und es ist nur erforderlich, daß man beides mit K vergleiche, welches bei beiden Rechnungen offenbar dieselbe Bedeutung behält. In der erstern war nämlich K das zur Deckung der Ausgabe erforderliche Kapital; in der zweiten dagegen ist es das zur Deckung der Ausgabe wirklich vorhandene, und es fällt in die Augen, daß beides einerlei sein müsse.

Will man die Kasse nach den hier entwickelten Formeln berechnen, so gewährt die obige Aufzinsungstafel noch eine bedeutende Abkürzung der Rechnung, denn es ist leicht einzusehen, daß diese Tafel die Potenzen von z enthält, insofern z = 1,04 gesetzt wird. Um aber K zu berechnen, hat man folgende Elemente:

R = 182 X 24 = 4368; n = 11; z = 1,04; also z — 1 = 0,04.

Nun ist nach der Aufzinsungstafel

$$z^{n+1} = z^{12} = 1,6010322$$

$$z^{n+1} - z = 0,5610322$$

$$z^{n} = z^{11} = 1,5394541$$

$$z^{n}(z-1) = 0,0615781$$

Aus den logarithmischen Tafeln hat man ferner

$$\log R = 3,6402826$$

$$\log z^{n+1} - z = 0,7489879 - 1$$

$$\log R(z^{n+1} - z) = 3,3892705$$

$$\log z^{n}(z-1) = 0,7894263 - 2$$

$$\log K = 4,5998442$$

Daher wird $K = 39796$ Rthlr.

Um B zu berechnen hat man folgende Elemente:

$K = 39796$; $r = 33$, $m = 325$, $z = 1,04$; $z - 1 = 0,04$

Nun ist

$$K(z-1) = 1591,84$$

$$z^{r+1} - z = 2,7543163$$

$$m(z^{r+1} - z) = 895,1527$$

Ferner ist

$$\log K(z-1) = 3,2018994$$

$$\log m(z^{r+1} - z) = 2,9518992$$

Also $\log B = 0,2500002$

Daher wird B = 1,7783 Rthlr., d. i. ungefähr 1 Rthlr. 18 gr. 6 pf.

Die frühere Rechnung gab für den Beitrag eines dreißigjährigen Mannes nur 1 Rthlr. 14 gr.; es ist aber leicht einzusehen, daß die Formel den Beitrag allemal etwas zu hoch angeben müsse, und dies aus einem doppelten Grunde. Denn zuerst muß die Formel das Kapital K um ein Bedeutendes höher angeben, als die genauere Rechnung. Bei der Entwickelung der Formel wird es nämlich so angesehen, als ob der ganze Betrag der Pensionen, der übrigens be den Rechnungen gleich bleibt, innerhalb 11 Jahren vollständig abgeführt werden soll; in der Wirklichkeit aber wird ein großer Theil der Pensionen erst viel später zahlbar, und kann folglich durch ein geringeres Kapital, als die Formel angiebt, vollständig gedeckt werden.

Aber auch die für B gefundene Formel giebt den Beitrag etwas höher an, als die umständlichere Rechnung, und dies verhältnißmäßig um so mehr, je jünger die eintretenden Mitglieder sind. Berechnet man nämlich die ganze Einnahme nach der Mittelzahl der Beitragenden, so erhält man freilich an eigentlichen Beiträgen eben so viel, als man von der Zahl der wirklichen Mitglieder zu erwarten hatte; aber an Zinsen geht bei dieser Rechnung eine nicht ganz unbedeutende Summe verloren. Berechnet man z. E. die Einnahme aus den Beiträgen eines dreißigjährigen Menschen, so wird etwa im siebenzehnten Jahre nach dem Einkauf die Mittelzahl der Beitragenden mit der wirklichen Anzahl übereinstimmen. Im sechszehnten Jahre ist die wirkliche Anzahl größer als die Mittelzahl, und der Unterschied sey = d; man setzt also für das 16te Jahr die Einnahme um dB zu gering an; dafür aber ist im achtzehnten Jahre die Mittelzahl der Beitragenden größer als die wirkliche Anzahl, und zwar, der Annahme nach, wieder um die Zahl d, so daß man für dieses Jahr die Einnahme um dB zu hoch

ansetzt. Was also im 16ten Jahre an **Beiträgen** zu wenig gerechnet wurde, das wird im 18ten Jahre wieder nachgeholt; aber die Einnahme dB des sechszehnten Jahres konnte in dem betrachteten Falle noch 18 Jahre zinsbar benutzt werden, die Einnahme dB des achtzehnten Jahres wird aber nur 16 Jahre lang benutzt, und man verliert also für dieses Jahr $dBz^{18} - dBz^{16}$, für das folgende $2\,dBz^{14} - 2\,dBz^{15}$, für das nächste $3\,dBz^{20} - 3\,dBz^{19}$ u. s. w.; ein Verlust, der allerdings bedeutend wird, wenn das Jahr des Einkaufs und das Anfangsjahr der Zahlung weit von einander liegen.

Nun läßt sich zwar sowohl aus der Differenzialrechnung, als selbst aus der Elementar-Mathematik eine strengere Formel für B herleiten, beide sind aber zur Berechnung weit unbequemer als die gegebene, und wenn man einmal weiß, daß und **wie** jene Formel den Beitrag etwas zu hoch giebt, so kann man gar kein Bedenken haben, sie zur Prüfung der umständlicheren Rechnung anzuwenden.

Zieht man es indeß vor, nach einer strengeren, wenn auch unbequemeren Formel zu rechnen, so nehme man wiederum an, die Gesellschaft sterbe gleichförmig oder in arithmetischer Reihe aus, eine Annahme, welche, wie die Sterblichkeitstafel zeigt, ganz der Wahrheit gemäß ist, in so fern man nur wenige Jahre in Betrachtung zieht, und in so fern sie auf eine größere Reihe von Jahren ausgedehnt werden soll, leicht so verbessert werden kann, daß sie der Wahrheit sehr nahe kommt. Nun sei die Zahl der zugleich eintretenden Mitglieder $= a$, die Zahl der jährlich wegsterbenden $= d$, so stellt folgende Reihe

$a, (a - d), (a - 2d), (a - 3d), (a - 4d), (a - 5d)$

die Anzahl der Mitglieder für die ersten sechs Jahre vor. Nimmt man an, daß jedes Mitglied jährlich einen Rthlr. einzahlt, so stellt eben diese Reihe auch die Summe der Beiträge vor, welche in den ersten sechs Jahren einkommen.

Nun kann aber die Einnahme des ersten Jahres 6, des 2ten 5, und die Einnahme jedes folgenden Jahres ein Jahr lang weniger zinsbar benutzt werden. Behält also z seine vorige Bedeutung, so verwandelt sich die Einnahme der Kasse in folgende Reihe:

$az^6, (a-d)z^5, (a-2d)z^4, (a-3d)z^3, (a-4d)z^2, (a-5d)\,z.$

Auch ohne Anwendung der Differenzial-Rechnung läßt sich diese Reihe, welche eigentlich ein Produkt einer geometrischen und einer arithmetischen Reihe ist, leicht summiren. Die ganze Reihe läßt sich nämlich in sechs geometrische Reihen zerlegen, und jede derselben einzeln summiren, nämlich

1) $az^6 + az^5 + az^4 + az^3 + az^2 + az = \frac{az^7 - az}{z-1}$

2) $= dz^5 + dz^4 + dz^3 + dz^2 + dz = \frac{dz^6 - dz}{z-1}$

3) = = $dz^4 + dz^3 + dz^2 + dz = \frac{dz^4 - dz}{z-1}$

4) = = = $+ dz^3 + dz^2 + dz = \frac{dz^5 - dz}{z-1}$

5) = = = $- dz^2 + dz = \frac{dz^4 - dz}{z-1}$

6) = = = = = $dz = \frac{dz^2 - dz}{z-1}$

Wenn man die Summen der 2ten bis 6ten Reihe summirt, so erhält man zuerst $-\frac{5\,dz}{z-1}$ und außerdem die Reihe

$$\frac{dz^6}{z-1} + \frac{dz^5}{z-1} + \frac{dz^4}{z-1} + \frac{dz^3}{z-1} + \frac{dz^2}{z-1}$$

Die Zähler dieser Reihe bilden wiederum eine geometrische Reihe, deren Summe $= \frac{dz^7 - dz^2}{z - 1}$, und die letzte

Reihe ist also $= \frac{dz^7 - dz^2}{(z - 1)^2}$.

Wenn man nun noch überlegt, daß alle Glieder von der 2ten bis 6ten Reihe mit entgegengesetzten Vorzeichen zu nehmen sind, so findet man, daß die Summe aller sechs Reihen, in welche die zusammengesetzte Reihe aufgelöst wurde, sein wird

$$\frac{az^7 - az + 5\,dz}{z - 1} - \frac{dz^7 - dz^2}{(z - 1)^2}.$$

Aus dem ganzen Verfahren ist unmittelbar klar, wie man eine Reihe der obigen Art summiren könne, die Anzahl der Glieder mag so groß sein als sie will. Ist nämlich r die Anzahl der Glieder, so wird die Summe

$$\frac{az^{r+1} - az + (r - 1)\,dz}{z - 1} - \frac{dz^{r+1} - dz^2}{(z - 1)^2}.$$

Auf ähnliche Art läßt sich auch für K eine strengere Formel herleiten, und wenn man für die Potenzen von z eine Tafel hat, so wird man nach beiden Formeln, ihrer scheinbaren Ungeschmeidigkeit ungeachtet, die Kasse leicht berechnen können.

* *

*

Ich bin überzeugt, daß, eine nach diesen Grundsätzen berechnete Kasse einem oft und schmerzlich gefühlten Bedürfnisse, abhelfen könnte, und es würde mir eine sehr lebhafte Freude verursachen, wenn der hier angeregte Gedanke von sachverständigen und wohlwollenden Männern geprüft, und die Ausführung desselben sobald immer möglich, versucht würde. Sehr gern würde ich dazu die Hand bieten, indem ich über die durch einen veränderten Plan nothwendig werdenden Abänderungen der Rechnung alle nöthige Auskunft zu geben erbötig bin. Die wichtigste Abänderung würde, wie schon oben bemerkt ist, durch Veränderung des Zinsfusses, nächstdem aber durch Abänderung des Jahres, mit welchem die Zahlung anfangen soll, herbeigeführt werden. Wollte man z. B. die Zahlung schon mit dem 61sten Lebensjahre anfangen lassen, so ist klar, daß in der IV. Tafel die für das 61ste, 62ste und 63ste Jahr berechnete Einnahme wegfällt, und daß die früheren Beiträge drei Jahre weniger zinsbar benutzt werden können, auch kommt zu der Ausgabe noch die Pension für eben die genannten Jahre hinzu, wogegen die in jedem Jahre fälligen Pensionen auf drei Jahre mehr abgezinset werden müssen.

Da es möglich ist, daß man bei der wirklichen Ausführung, ein früheres Jahr, als das 64ste, zum Anfangs-Jahre der Zahlung zweckmäßiger findet, so schien es mir nicht rathsam, sogleich die ganze umständliche Rechnung durchzuführen, sondern nur das Verfahren für den von mir angenommenen Fall ausführlich zu erläutern. Auch der dazu erforderlichen Rechnung, konnte ich, an einer langwierigen Augenkrankheit leidend, mich nicht selbst unterziehen, und ich habe sie daher durch einen jungen Mann ausführen lassen, auf dessen Sorgfalt und Sachkenntniß ich mich verlassen zu können glaubte.

Nur einen bedeutenden Rechnungsfehler wird man mir vielleicht vorwerfen, daß ich nämlich nirgends auf die Kosten der Verwaltung Rücksicht genommen habe. Ich will es aber nur gestehen, daß ich nicht sowohl auf die Unsicherheit einer im Voraus gemachten Schätzung sah, sondern daß ich von dem Grundsatze ausging, eine Kasse dieser Art müsse von den städtischen Behörden unentgeltlich verwaltet werden, und es sei überhaupt nicht nöthig, daß jede städtische Anstalt dem Gemeinwesen einen unmittelbaren Geldgewinn einbringe.

„Alles was der Noth der ärmern Klasse, „ihrem Leichtsinn und der daraus folgen„den Unsittlichkeit steuert, ist immer ein „großer Gewinn für das ganze Gemeinwe„sen, auch wenn er sich nicht im baaren „Gelde nachweisen ließe."

Ich weiß wohl, daß jene kleinliche Rechenkunst, die alles auf einen reinen Ertrag in Thalern, Groschen und Pfennigen zurückführen will, Denjenigen ganz fremde ist, an welche meine Schrift zunächst sich wendet. Aber doch dringt sich mir vielfach die Bemerkung auf, nöthiger fast als eine Anweisung wie man zu rechnen habe, sei in vielen Fällen eine Anweisung, wie man nicht rechnen müsse, und verderblicher nichts, als Anwendung der Zahlenrechnung, auf das, was geistlich gerichtet sein will. Gewiß, es ist eine seltsame Regula Coeci, wenn man auf Ersparnisse und Einnahmen sinnt, bei welchen Sittlichkeit und allgemeine menschliche Bildung leiden müssen!

Ich weiß wohl, was der bloße Finanzmann mir darauf erwiedern wird. Unsere Sache, sagen sie, ist es, die Kassen die wir verwalten auf das schnellste und

beste zu füllen, für Sittlichkeit und das, was du menschliche Bildung nennst, mögen Andere sorgen!

Wohlan denn, ihr Herren von der Finanz, so will ich ein Argumentum ad hominem gegen Euch gebrauchen, das Ihr nicht umstoßen sollt. Was Ihr jetzt an der Jugend-Bildung erspart, oder durch Entsittlichung der Menschheit gewinnt, das verliert ihr dreifach und vierfach an der Polizei und Criminal-Justiz, an den Zucht- und Gefängnißhäusern, denen ein großer Theil der verwahrlos'ten Jugend entgegenreift, und es will wenig dagegen sagen, daß sich der Eine oder der Andere gut ausbildet zu einem tüchtigen Spion im Kriege oder im Frieden.

Aber ich schließe, denn mir thun meine Augen weh.

Ueber Heiraths- oder Aussteuer-Kassen.

In der letzten Hälfte des vorigen Jahrhunderts bildeten sich in verschiedenen Städten Deutschlands neben den damals so beliebten Sterbekassen auch sogenannte Studierkassen, bei welchen die Aeltern eines Knaben durch jährliche Beiträge sich eine Beisteuer zu dem Unterhalt ihres Sohnes auf der Universität kaufen konnten, und noch häufiger traten junge Mädchen, welche sich den Jahren der Mannbarkeit näherten, zu einer Heirathskasse zusammen. Die Einrichtung der letzteren war folgende. Die Theilnehmer, oft 2 bis 300 an der Zahl, verpflichteten sich, bei jeder Verheirathung eines Mitgliedes eine bestimmte Summe zu erlegen, welche der jungen Frau als ein Beitrag zu ihrer Aussteuer überreicht wurde. Die Sache fand anfangs, wie natürlich, großen Beifall, und jedes junge Mädchen eilte, einer so vortheilhaften Anstalt beizutreten. Als aber die Beiträge gar zu häufig kamen, als man bemerkte, daß viele erst dann dieser Kasse beitraten, wenn sie der nahen Verheirathung gewiß zu sein glaubten, und daß viele von ihnen, ungeachtet der Aussicht auf eine Aussteuer, dennoch unverheirathet blieben, und alle ihre Beiträge also verloren gingen, da kühlte der Eifer sich merklich ab, und die schnell entstandenen Heirathskassen gingen mehrentheils nach einer sehr kurzen Dauer

wieder zu Grunde. Daher wollte die Stiftung neuer Heirathskassen auch nicht gelingen, und ein vor etlichen Jahren im allgemeinen Anzeiger mehrmals zur Sprache gebrachter Versuch dieser Art fand so wenig Beifall, daß der Unternehmer, (ein Amtmann in Thüringen, wenn ich nicht irre,) den Plan bald wieder aufgab, und sich über den Mangel an Vertrauen auf seine Rechtlichkeit und Einsicht, ich weiß nicht mit welchem Rechte, sehr bitter beklagte. Im verwichenen Sommer erfuhr ich jedoch, daß zu Pyritz in Pommern schon seit einigen Jahren eine Heirathskasse besteht, und fand Gelegenheit die ganze Einrichtung derselben aus den gedruckten Statuten näher kennen zu lernen. Ich theile hier das Wesentliche der ganzen Einrichtung in einem getreuen Auszuge mit.

1. Die Gesellschaft besteht aus 320 Mitgliedern, welche für jetzt ohne Rücksicht auf das Alter eingetreten sind.

2. In der Folge sollen diejenigen, welche die Aufnahme wünschen, sich in dem Alter von 8 bis 12 Jahren melden, sogleich als Expectanten notirt, und sobald eine Stelle erledigt wird, ohne Rücksicht auf das alsdann erreichte Alter, aufgenommen werden.

3. Das Eintrittsgeld beträgt nur einige Groschen, und soll zur Bildung eines eisernen Kapitals verwendet werden.

4. Bei jeder Verheirathung zahlt jedes Mitglied 10 Groschen Beitrag, doch sollen jährlich nicht mehr als 12 Mitglieder ausgesteuert, also auch höchstens nur 12 Beiträge gezahlt werden.

5. Jede Jungfrau, welche sich verheirathet, erhält 100 Rthlr. Aussteuer, wenn sie aber noch nicht 20 Beiträge gezahlt hat, so darf ihr soviel abgezogen werden, daß dadurch die Summe von 20 Beiträgen erfüllt wird.

6. In so fern in einem Jahre mehr als 12 Verheirathungen Statt finden, muß die Zahlung der Aussteuer so lange anstehen, bis die früher Verheiratheten in ihrer Reihe befriedigt sind.

7. Sobald ein Mitglied an einzelnen Beiträgen 100 Rthlr., so viel als es einst selber erhalten soll, bezahlt hat, wird es von allen Beiträgen frei, und hat die Wahl, ob es sogleich die 100 Rthlr. in Empfang nehmen, oder bis zu seiner Verheirathung warten will, in welchem Falle es eine Prämie von 10 Rthlr. erhält, die durch außerordentliche Beiträge aufgebracht wird.

8. Wenn ein Mitglied stirbt, so haben die Aeltern die Wahl, ob sie die Beiträge zurückfordern, oder etwa eine jüngere Tochter einkaufen wollen, der dann die Beiträge der Verstorbenen zu gut gerechnet werden, so daß sie sehr bald in den Genuß des bei Z. 7 gedachten Vortheils kommt.

Man muß gestehen, diese Vortheile sind lockend genug; der Theilnehmer soll, wie man sieht, auch im schlimmsten Falle nichts verlieren, und die in den ersten Jahren verheiratheten Mädchen haben für 20 Beiträge die artige Summe von 100 Rthlr. gewonnen. Gerade diese großen Vortheile erregten aber bei dem Magistrat des Ortes das Bedenken, ob das ganze Unternehmen, das von einem Privatmanne ausging, auch wohl Bestand haben werde, die Sache gelangte endlich durch die Königl. Re-

gierung zur Entscheidung des Hohen Ministerii, welches den gemeinnützigen Plan zu bestätigen befahl, mit der Bemerkung, „daß die Behörde für die Sicherheit des Unternehmens keineswegs haften, sondern es den Theilnehmern überlassen wolle, sich von der Haltbarkeit desselben auf beliebige Weise zu unterrichten."

Da die Theilnehmer zum großen Theil Mädchen aus der dienenden Klasse sind, denen wohl keine Prüfung eines solchen Planes zugemuthet werden kann, und welche, der bedenklichen Klausel ungeachtet, nur darauf fußen, daß die Anstalt von der höchsten Behörde bestätigt sei, so hielt ich es für Pflicht, einige verständige Männer der Stadt auf die gänzliche Unhaltbarkeit der Anstalt und die wahrscheinlichen Folgen aufmerksam zu machen. In der That es ist hart und beinahe nicht zu verantworten, daß man arme Mädchen viele Jahre lang beinahe die Hälfte ihres Lohnes für vorgespiegelte Vortheile hingeben läßt, während man ihnen doch mit der größten Bestimmtheit vorhersagen kann, daß alle, die nicht etwa in den ersten zehn Jahren verheirathet werden, alle ihre Beiträge umsonst hingeben, da die Anstalt in keinem Falle länger als zwanzig Jahre bestehen kann, höchst wahrscheinlich aber schon nach etwa zehn Jahren zu Grunde gehen wird.

Um dies Urtheil zu rechtfertigen darf ich nur Folgendes anführen.

1. Das Bestehen der Anstalt ist von der Vollzähligkeit der Mitglieder abhängig gemacht, und diese läßt sich doch auf keine Weise erzwingen. Wenn jährlich 12 Aussteuerungen Statt finden, so muß jedes Mitglied jährlich 5 Rthlr. beitragen, d. i. die Hälfte des in jener Gegend üblichen Jahrlohnes. Dieser hohe Beitrag muß

auf die Länge lästig werden, und die Theilnehmer abschrecken. Sobald aber als 240 Mitglieder ausgesteuert sind, (und dies würde etwa nach 20 Jahren der Fall sein) so haben alle diejenigen, welche von den jetzigen 320 Mitgliedern noch übrig sind, volle 100 Rthlr. an einzelnen Beiträgen gezahlt, und werden daher alle an einem einzigen Tage frei. Da die wegsterbenden Mitglieder sogleich durch neue ersetzt werden, und ihr Beitrag zurückgegeben werden soll, so ist es so anzusehen, als wenn alle 320 Mitglieder zur Hebung gelangen, und es müssen daher an einem Tage 80 neue Mitglieder eintreten, und es ist nur zu gewiß, daß sich diese 80 neuen Mitglieder nicht finden werden, sobald sie überlegen, was ich eben in der folgenden Zahl auseinander setzen will.

2. Wenn jährlich nur 12 Mitglieder ihre Aussteuer erhalten, so müssen die letzten der jetzigen 320 Mitglieder 26 bis 27 Jahre warten, bis sie zur Hebung gelangen. Diejenigen 320 Mitglieder, welche nach dem 20ten Jahre die Gesellschaft bilden sollen, finden aber schon die 80 freigewordenen Mitglieder vor, deren Hebung bereits fällig ist, und dadurch wird der Termin, wo die letzte dieser 320 zur Hebung gelangen könnte, abermals um 6 bis 7 Jahre weiter hinausgerückt. Könnte also die Anstalt sich lange genug erhalten, so würde es dahin kommen, daß Enkel und Urenkel die Aussteuer ihrer Großmutter und Urgroßmutter zu erheben hätten; aber schwerlich möchte ein Mädchen 20 Jahre lang ihr halbes Lohn hingeben, um ihren Urenkeln eine Anweisung auf 100 Rthlr. zu hinterlassen.

3. Bei jeder Aussteuerung soll jedes Mitglied 10 Groschen einzahlen, und es kommen also jedes Mal 3200 Groschen oder 133 Rthlr. 8 gr. zusammen. Da nun

die Aussteuer nur 100 Rthlr. beträgt, so muß man billig fragen, wozu die übrigen 33 Rthlr. 8 gr. verwendet werden. Der natürlichste Gedanke ist, — sie werden zinsbar belegt, und dienen dazu die folgenden Ausgaben zu verringern, und die Beiträge der verstorbenen Mitglieder zurück zu zahlen, denn auf welche Weise diese Rückzahlung geschehen soll, ist in den Statuten gar nicht erwähnt worden. Aus den Statuten geht aber auch nirgends hervor, daß diese 33 Rthlr. 8 gr., auch nur zum Theil, zinsbar belegt werden sollen, und fast scheint es, daß sie bloß zur Deckung der Verwaltungskosten bestimmt sind. Vermuthlich sind indeß die Töchter der Vorsteher und anderer Beamten von allen Beiträgen frei, so daß der Ueberschuß wirklich geringer ist, als er nach dem Gesagten zu sein scheint.

4. Wie es indeß auch mit diesem zweifelhaften Punkte sein mag, und was auch die Freunde des Unternehmers auf die beiden ersten Punkte erwiedern mögen, so läßt sich doch durch folgende ganz einfache Rechnung die Unhaltbarkeit, und fast möchte man sagen, die völlige Verkehrtheit dieses ganzen Planes, auch dem Hartnäckigsten vollkommen einleuchtend machen.

Diejenigen 20 Mitglieder, welche zuerst verheirathet werden, haben nicht mehr, als jedes 20 Beiträge, d. i. 8 Rthlr. 8 gr. gezahlt, und da jedes von ihnen volle 100 Rthlr. erhält, so verliert die Kasse bei jedem 91 Rthlr. 16 gr., macht für 20 Mitglieder die baare Summe von 1833 Rthlr. 8 gr. Bei jedem folgenden Mitgliede verliert die Kasse zehn Groschen weniger als bei den ersten 20, bis endlich bei dem 240sten Mitgliede die Einnahme der Ausgabe gleich wird. Der Verlust bei den 220 Mitgliedern, welche nach den 20 ersten folgen, ist

also eine abnehmende arithmetische Reihe, in der das erste Glied 91 Rthlr. 6 gr. oder 2190 Groschen, das letzte Glied = 6, die Anzahl der Glieder 220 ist. Die Summe dieser Reihe, oder die Summe des Verlustes bei den nächsten 220 Mitgliedern ist also $\frac{2190 \times 220}{2}$ oder

240900 Groschen, d. i. 10037 Rthlr. 12 gr., so daß der Verlust bei den ersten 240 Mitgliedern 11870 Rthlr. 20 gr. beträgt, ohne für die Verwaltungskosten auch nur das Mindeste zu rechnen.

Auf welche Weise denkt der Vorstand der Kasse diesen bedeutenden Verlust, der sich in der Folge noch immer vermehrt, wieder auszugleichen, da Niemand mehr zahlen soll als höchstens 100 Rthlr. d. i. so viel als er selber in jedem Falle zurück erhält? Die Kasse ist also eine Lotterie, bei welcher Jeder gewinnen soll, und solche Glücksspiele, weiß man, sind immer sehr lockend; wer aber weiter sieht, fragt billig, ob denn die Vorsteher aus der Kasse mehr herausnehmen können, als sie vorher hineingelegt haben, und da sie diese Frage billig mit Nein beantworten, so fragen sie weiter, ob die Vorsteher bloß Andere, oder auch sich selber täuschen wollen.

Aber es bedarf wohl nur der angelegten kurzen Rechnung, um die Betrogenen in Zeiten zu warnen, und den Vorstehern, die es vielleicht sehr ehrlich gemeint haben, aber schwerlich auch nur mittelmäßige Rechner sind, über ihr ganzes Beginnen die Augen zu öffnen, ehe es der Erfolg selbst auf eine weit empfindlichere Weise thun möchte, denn je länger die Kasse besteht, desto größer wird der Verlust derjenigen Mitglieder, welche den Bruch der Kasse erleben, und desto größer die Verantwortung derer, welche denselben verschuldet haben. In der That, es ist zu be-

dauern, daß die Stifter der Kasse ihren Plan nicht einem Manne, der zu rechnen wußte, vorgelegt haben, noch mehr aber, daß eine Verfügung vom 31sten März 1781 nicht mehr in Kraft zu sein scheint, nach welcher Gesellschaften dieser Art nicht eher bestätigt werden sollen, als bis die Haltbarkeit des ganzen Planes von einem Sachverständigen geprüft und außer Zweifel gesetzt ist. Denn wenn die Polizei das Recht hat, den Plan eines neu aufzuführenden Gebäudes durch Sachverständige prüfen zu lassen, und insofern der nahe Einsturz eines Gebäudes mit Bestimmtheit vorherzusehen ist, die unverzügliche Abbrechung desselben zu verfügen, so sollte sie billig auch das Recht, und sogar die Verpflichtung haben, eine Anstalt dieser Art zu prüfen, und auf eine gefahrlose Einrichtung derselben zu bringen, denn es ist doch kein wesentlicher Unterschied, ob unvorsichtige, ohne Sachkenntniß gemachte Einrichtungen die Gesundheit und das Leben, oder ob sie bloß das Vermögen der Staatsbürger gefährden.

So viel von der äußern Veranlassung zur Bekanntmachung dieser Schrift, jetzt nur noch weniges über die zweckmäßige Einrichtung ähnlicher Kassen.

Im Allgemeinen darf man dreist behaupten, daß weder eine eine eigentliche Studier-Kasse, noch eine eigentliche Heiraths-Kasse auf die Länge bestehen kann, wenn nämlich jene nur für den Fall, daß der Eingekaufte wirklich die Universität bezieht, diese nur für den Fall der Verheirathung die versprochene Summe zahlt. Wer kann es wissen, ob der Knabe auch wirklich Lust und Geschick zum Studiren haben, und ob das Mädchen eine annehmliche Verheirathung finden wird? Und wie oft werden dann ganz ansehnliche Summen verloren gehen, welche dem Knaben wie dem Mädchen eine bessere Zukunft berei-

ten konnten. *) Dieser Uebelstand wird aber vermieden, wenn man bei der Einrichtung solcher Kassen von dem Grundsatz ausgeht, daß die Summe, auf welche ein Kind eingekauft worden ist,

nach Erreichung eines gewissen Zieljahres, ohne Rücksicht auf die weitere Bestimmung des Eingekauften, gezahlt wird.

Ich will eine solche Kasse der Kürze wegen eine Aussteuer-Kasse nennen, und was dem Eingekauften am Ende des Zieljahres ausgezahlt wird, seine Aussteuer. Es ist klar, daß eine solche Kasse verschiedenen Bedürfnissen abhelfen kann. Mag sie der eine benutzen, um für die Verheirathung seiner Tochter eine Aussteuer zu gewinnen, der andere um seinen Sohn desto leichter auf der Universität zu erhalten, oder ihn für den Kriegsdienst auszurüsten, der dritte endlich, um seinen Kindern für den Anfang ihres eigenen Hauswesens ein kleines Kapital in die Hände zu geben, die Einrichtung bleibt im Wesentlichen immer die nämliche.

---

*) Eine eigentliche Heirathskasse, äußerte eine Frau, hat für das weibliche Zartgefühl etwas Beleidigendes. „Denn sieht der Eintritt in eine Heirathskasse nicht wie eine Einladung an alle heirathsfähige Männer aus? Und für wen stiftet man Kassen dieser Art? Ein reiches Mädchen bedarf nicht noch einer besondern Aussteuer; ein armes Mädchen aber muß ihrem Gatten an Arbeitsamkeit und andern häuslichen Tugenden ein Kapital zubringen, gegen welches die armselige Aussteuer von einigen 100 Rthlr. doch verschwindet. Man sollte lieber eine Kasse für alte Jungfern stiften, um diesen ihren hülflosen Zustand erträglich zu machen."

Ich, für meinen Theil, habe nur das einzige Bedenken, daß zu einer Kasse für alte Jungfern sich wenig Theilnehmer finden möchten.

Wir wollen uns also eine Aussteuerkasse von folgender Einrichtung denken.

1. Bei dieser Kasse kann nicht bloß der Vater oder die Mutter, sondern auch irgend ein naher Verwandter oder wer sonst Vaterstelle vertritt, für ein Kind bis zu dessen vollendetem zehnten Jahre eine bestimmte Aussteuer kaufen, entweder durch Einkaufsgeld, das beim Eintritt baar gezahlt wird, oder durch Beiträge, die der Käufer, so lange er am Leben ist, fortsetzt, bis das Kind das bestimmte Alter erreicht hat, oder vielleicht mit Tode abgeht.

2. Ist die Kasse auf Beiträge gegründet, so muß das Alter und die Gesundheit des Käufers glaubhaft bescheinigt, in beiden Fällen aber das Alter des Kindes durch den Taufschein nachgewiesen werden.

3. Als das Zieljahr, nach dessen Ablauf die Aussteuer gezahlt werden soll, wird das 24ste Lebensjahr des Eingekauften festgesetzt.

4. Die Aussteuer wird jedem eingekauften Kinde, welches das Zieljahr zurücklegt, auch für den Fall ausgezahlt, daß der Käufer früher verstorben ist; dagegen verlieren die vor dem Zieljahr verstorbenen Kinder ihre Beiträge zum Besten der Uebrigen, wodurch die Beiträge im Allgemeinen etwas geringer werden.

Nach diesen vorläufigen Bestimmungen lassen sich überhaupt vier Fragen über die Berechnung dieser Kasse aufstellen.

1. Das Einkaufsgeld ist ein für alle Mal bestimmt,

man soll berechnen wie viel an Aussteuer gegeben werden kann.

2. Die Aussteuer ist bestimmt, man soll berechnen, wie viel an Einkaufsgeld gegeben werden muß.

3. Die Kasse ist nicht auf Einkauf, sondern auf jährliche Beiträge gegründet, und der jährliche Beitrag ist bestimmt, man soll berechnen, wie viel an Aussteuer gegeben werden kann.

4. Die Aussteuer ist bestimmt, und man soll berechnen, wieviel jeder an jährlichen Beiträgen zu entrichten hat.

Was die erste Aufgabe betrifft, so ist klar, daß hier das Alter des Vaters, oder wer sonst den Einkauf besorgt, gar nicht weiter in Betracht kommt, weil die Kasse ein für alle Mal von ihm erhalten soll, was sie zu fordern hat. Dagegen kommt auf das Alter des Kindes aus einem doppelten Grunde sehr viel an, denn je jünger das eingekaufte Kind ist, desto länger kann die Kasse das eingezahlte Einkaufsgeld zinsbar benutzen, und desto geringer ist verhältnißmäßig die Zahl derer, welche zur Hebung der Aussteuer gelangen. Man würde daher eine große Unbilligkeit begehen, wenn man nicht den Unterschied der Jahre berücksichtigen wollte. Soll also der Einkauf von dem ersten bis zum vollendeten zehnten Lebensjahre statt finden, so sind eben so viele verschiedene Rechnungen anzulegen. Wir wollen hier die Rechnung für den Fall führen, daß die Kinder das zweite Lebensjahr vollendet haben, woraus sich leicht ersehn läßt, wie für jeden anderen Fall die Rechnung zu führen sei.

Die Anzahl der eingekauften Kinder sei z. B. 400, das Einkaufsgeld aber sei auf 100 Rthlr. bestimmt. Offenbar können die Kinder, welche am Ende des bestimmten Zieljahres, also 22 Jahre nach dem geschehenen Einkauf, von jenen 400 noch am Leben sind, an Aussteuer so viel erhalten, als das Einkaufsgeld mit den bis dahin gesammelten Zinsen beträgt, wenn nämlich, wie wir hier immer voraussetzen wollen, die Verwaltungskosten schon anderweitig gedeckt sind. Das gesammte Einkaufsgeld für 400 Kinder beträgt also 40000 Rthlr. und nach der obigen Aufzinsungstafel vermehrt sich dies Kapital durch Zinseszinsen zu 4 vom Hundert bis auf 94796 Rthlr. und so viel kann unter die Kinder vertheilt werden, welche das 24ste Lebensjahr erreicht haben. Aus der Sterblichkeitstafel berechnet man nach dem früher erklärten Verfahren leicht, daß von 400 Kindern, welche das zweite Jahr vollendet haben, etwa 285 das 24ste Lebensjahr zurücklegen, und man findet daher die Aussteuer, wenn man die gesammelten 94796 Rthlr. durch 285 dividirt, und es erhält also jeder 332,6 Rthlr., d. i. ungefähr 332 Rthlr. 14 gr.

Eben so einfach läßt sich die zweite Aufgabe lösen, und man sieht, daß die Rechnung sich allemal so anlegen läßt, daß sie der vorigen zu einer Probe dient. Wir wollen daher annehmen, daß wieder 400 Kinder von 2 Jahren zugleich eingekauft werden, und daß die Aussteuer auf 332,6 Rthlr. bestimmt sei.

Man berechne zuerst, wie viele von den 400 eingekauften Kindern das 24ste Lebensjahr zurücklegen; wir haben bereits gefunden, daß es in unserem Falle 285 sein werden. Diese Zahl multiplicire man mit der festgesetzten Aussteuer, so findet man daß die Kasse für diese Kinder

der die Ausgabe von 94791 Rthlr. zu machen hat. Da diese Ausgabe aber erst nach 22 Jahren fällig wird, so ist die Kasse völlig gesichert, wenn sie gegenwärtig ein Kapital erhält, welches sich durch Zinseszinsen zu 4 vom Hundert in 22 Jahren bis auf die Höhe von 94791 Rthlr. vermehrt. Durch das im Vorigen erklärte Abzinsungs-Verfahren findet man, daß das erforderliche Kapital etwas über 39997 Rthlr., das Einkaufsgeld des Einzelnen also den 400sten Theil dieses Kapitals, oder beinahe 100 Rthlr. betrage, wie es in der ersten Rechnung bestimmt war. Die kleine Verschiedenheit in beiden Rechnungen kommt bloß daher, weil die Aussteuer nicht genau 332 $\frac{6}{10}$ Rthlr. sondern einige Hunderttheile eines Thalers mehr betrug, welche wir der leichtern Rechnung wegen ganz weggelassen haben.

Die Berechnung einer solchen Kasse, insofern sie auf Einkauf gegründet wird, ist also höchst einfach, und einer großen Genauigkeit empfänglich. Um desto sicherer zu gehen, wird man indeß die Rechnung so anlegen, als ob von den 400 Kindern, welche zu gleicher Zeit und unter gleichen Umständen eingekauft worden sind, einige mehr als die wirkliche Rechnung gab, zur Hebung gelangen werden, da es nicht erwartet werden kann, daß die gewöhnliche Sterblichkeitsordnung in jedem einzelnen Falle genau zutreffe. Je geringer die Anzahl der Theilnehmer, desto mehr ist dies zu berücksichtigen, weil bei einer größeren Anzahl die Sterblichkeitsordnung genauer zutreffen muß, als bei einer geringern, weshalb wir auch die an sich willkührliche Zahl der ersten Theilnehmer auf 400 angenommen haben.

Etwas umständlicher wird die Rechnung, wenn die Kasse nach Bestimmung der dritten Aufgabe auf jährli-

che Beiträge gegründet werden soll. Um das Verfahren, welches in diesem Falle Statt findet, ebenfalls durch ein Beispiel zu erläutern, wollen wir annehmen, daß 300 Väter zu einer Aussteuerkasse zusammentreten, und sich über einen jährlichen Beitrag von 10 Rthlr. vereinigen, von welchem wir der leichtern Rechnung wegen annehmen wollen, daß er jedes Mal zu Anfang des laufenden Jahres gezahlt werde.

Da in diesem Falle die Aussteuer von der Anzahl der Beiträge, und diese wieder von dem längeren oder kürzeren Zusammenleben der Väter mit ihren Kindern abhängt, so muß hier sowohl das Alter der Väter als der Kinder berücksichtigt werden. Wir wollen daher annehmen, daß die Väter gerade das funfzigste, die Kinder das zweite Lebensjahr zurückgelegt haben, und für diese bestimmte Annahme die ganze Rechnung durchführen.

Die 300 Väter bezahlen am Anfange des ersten Jahres im Ganzen die Summe von 3000 Rthlr. welche noch 22 Jahre zinsbar benutzt werden kann, und sich daher, nach der Aufzinsungstafel, auf 7110 Rthlr. vermehrt.

Wie viele Väter am Ende jedes folgenden Jahres noch am Leben sind, das ergiebt sich unmittelbar aus der Sterblichkeitstafel, da wir für die Anzahl der Väter die bei dem 50sten Lebensjahr stehende Zahl 300 genommen haben. Aber nicht alle noch lebende Väter tragen auch noch zu der Kasse bei, denn alle diejenigen, deren Kinder bereits verstorben, sind aus der Gesellschaft ausgeschieden. Um nun zu finden, wie viele Väter am Anfang jedes Jahres noch beitragen, stelle man folgende Rechnung an.

Am Ende des ersten Jahres der Gesellschaft sind

überhaupt noch 291 Väter am Leben, und diesen gehörten vor einem Jahre 291 Kinder an. Es ist daher auszumitteln, wie viele von diesen 291 Kindern im ersten Jahre der Gesellschaft, oder vom Ende des zweiten bis zum Ende des dritten Lebensjahres verstorben sind. Die Sterblichkeitstafel ergiebt, daß von 661 zweijährigen Kindern nach einem Jahre noch 618 am Leben sind, und man schließe daher

661 geben 618, was geben 291?

Die Antwort ist 272, und es sind daher in dem ersten Jahre der Gesellschaft 19 Kinder gestorben, und eben so viele Väter aus der Gesellschaft geschieden. Die Zahl der beitragenden Väter ist also am Anfang des zweiten Lebensjahres 272, ihr Beitrag 2720 Rthlr., und da derselbe noch 21 Jahre lang zinsbar benutzt werden kann, so vermehrt sich derselbe durch Aufzinsung bis zu der Höhe von 6198,3 Rthlr.

Auf eben diese Weise berechnet man, wie viele Väter am Anfange des dritten Jahres der Gesellschaft noch zu der Kasse beitragen, und bis zu welcher Höhe der Beitrag bis zu dem bestimmten Zieljahre anwächst. Am Anfange des dritten Jahres der Gesellschaft leben nämlich noch 282 Väter, und zu diesen gehörten vor 2 Jahren 282 Kinder. Die Sterblichkeitsordnung ergiebt nun, daß von 661 zweijährigen Kindern 593 das vierte Lebensjahr zurücklegen; man setze also wieder an:

661 geben 593, was geben 282?

Die Antwort ist 253; es sind also in dem zweiten Jahre der Gesellschaft abermals 19 Kinder gestorben, und eben so viele Väter aus der Gesellschaft geschieden; die Zahl der beitragenden Väter ist also 253, ihr Beitrag 2530 Rthl.,

und da derselbe noch 20 Jahre zinsbar benutzt werden kann, so wächst derselbe bis zu der Höhe von 5543,5 Rthlr. an.

Wenn man eben diese Rechnung von Jahr zu Jahr fortsetzt, so erhält man für die Einnahme von den ersten 300 Mitgliedern nachstehende Tafel, deren erste Spalte die Jahre der Gesellschaft, die zweite die Zahl der beitragenden Väter, die dritte den Gesammtbetrag ihrer Beiträge, die vierte endlich dasjenige Kapital angiebt, welches aus den Beiträgen und deren gesammelten Zinsen erwächst.

Jahre der Gesellschaft.	Beitragende Väter.	Summe ihres Beitrages.	Werth dieses Beitrages.	
1	300	3000	7110	
2	272	2720	6198,3	
3	253	2530	5543,5	
4	239	2390	5035,4	
5	226	2260	4578,3	
6	214	2140	4168,5	
7	204	2040	3820,9	
8	193	1930	3475,8	
9	184	1840	3186,3	
10	175	1750	2913,9	
11	166	1660	2657,7	
12	158	1580	2432,3	
13	150	1500	2220,4	
14	141	1410	2006,9	
15	132	1320	1806,5	
16	123	1230	1618,6	
17	115	1150	1455,1	
18	106	1060	1289,6	
19	98	980	1146,5	
20	90	900	1012,4	
21	82	820	886,9	
22	74	740	769,6	
			65333,4	

Wenn man die Zahlen der vierten Spalte zusammen addirt, so findet man die Summe der ganzen, aus dem Beitrag und den Zinsen erwachsenen Einnahme; diese Summe beträgt 65333,4 Rthlr., und so viel kann am Ende des zwanzigsten Jahres der Gesellschaft, wo die noch lebenden Kinder das 24ste Lebensjahr vollendet haben, an Aussteuer gegeben werden.

Jetzt berechnet man, wie vorher, wie viele von 300 zweijährigen Kindern am Ende des 24sten Jahres noch am Leben sind. Die Sterblichkeitstafel ergiebt nämlich, daß von 661 zweijährigen Kindern 471 das 24ste Lebensjahr vollenden, und man setzt daher an:

661 geben 471, was geben 300?

Die Antwort ist 214, und nun findet man die Aussteuer, wenn man die Summe der Einnahme d. i. 65333,4 Rthlr. durch 214 dividirt. Es kann also jedem Kinde eine Aussteuer von etwas mehr als 305 Rthlr. gegeben werden, und wenn man daher die Aussteuer auf die runde Summe von 300 Rthlr. festsetzt, so wird man um so gewisser sein, daß die Kasse in keiner Art gefährdet wird.

Wäre aber unter der vorigen Voraussetzung die Aussteuer des Einzelnen schon auf 305 Rthlr. bestimmt, und es sollte der jährliche Beitrag jedes Einzelnen bestimmt werden, wie es die vierte Aufgabe verlangt, so berechnet man zuerst, wie viele von den 300 zweijährigen Kindern zur Hebung gelangen. Wir haben vorhin gefunden, daß es 214 sind, und daß also im Ganzen 65270 Rthlr. an Aussteuer zu zahlen sind.

Um nun den Beitrag zu finden, den jeder Vater zu entrichten hat, nehme man zuerst an, daß jeder jährlich

einen Thaler zahle, und berechne, wie viel auf diese Weise mit Einschluß der Zinsen einkommt. Zu diesem Ende berechne man, nach dem vorhin erklärten Verfahren, eine Tafel für die Anzahl der beitragenden Väter; diese Zahlen geben zugleich an, wie viele Thaler die Gesellschaft in jedem Jahre erhält. Ferner berechne man, bis zu welcher Höhe die Beiträge jedes Jahres bis zu dem Zieljahre anwachsen, und addire die gefundenen Zahlen. Es ist aber leicht einzusehen, daß die mitgetheilte Tafel schon das ganze Ergebniß dieser Rechnung enthalte, wenn man nur in der letzten Spalte alle Zahlen mit 10 dividirt, oder, was einerlei ist, das Comma um eine Stelle weiter zur Linken rückt. Die erste Spalte zeigt nämlich die laufenden Jahre der Gesellschaft, die zweite die Zahl der Väter, welche am Anfang eines jeden Jahres beitragen. Die Zahl der eingenommenen Thaler ist aber der Zahl der beitragenden Väter gleich, und zehn Mal kleiner, als bei der vorigen Rechnung. Daher wird auch das Kapital, welches aus den Beiträgen und den Zinsen erwächst, zehn Mal kleiner sein, als das in der vorigen Rechnung gefundene, nämlich 6533,34 Rl.

Wäre diese Summe der vorher berechneten Ausgabe gleich, so wäre Ein Thaler selbst der erforderliche Beitrag; da dies aber nicht der Fall ist, so mache man folgenden Schluß:

> Damit die Kasse am Ende des Zieljahres eine Einnahme von 6533,34 Rthlr. habe, mußte jeder Vater jährlich einen Rthlr. beitragen, wie hoch wird also der Beitrag sein müssen, damit die Kasse die erforderlichen 65270 Rthlr. erhalte?

oder kürzer,

6533,34 Rthlr. erfordern 1 Rthlr., was 65270 Rthlr.?

Hieraus findet man, daß der jährliche Beitrag etwas weniger als 10 Rthlr. betrage, also ziemlich so viel, als bei der vorigen Rechnung angenommen wurde; die kleine Verschiedenheit rührt wieder davon her, daß bei der vorigen Rechnung die Aussteuer etwas mehr als 305 Rthlr. betrug.

Aus diesem Beispiele wird man übrigens leicht die allgemeine Regel für das ganze Verfahren ableiten. Man berechnet nämlich nach dem hier erklärten Verfahren, zuerst, wieviel überhaupt an Aussteuer erforderlich ist, und dann, wieviel es der Kasse einbringt, wenn jeder Vater jährlich einen Thaler einzahlt; die erstere Summe wird darauf durch die letztere dividirt, und dies giebt den erforderlichen jährlichen Beitrag eines jeden Vaters.

Wie also für jeden anderen Fall die Rechnung zu führen sei, wird aus dem Gesagten vollkommen deutlich sein; bemerken muß ich aber noch, daß mit Berücksichtigung der verschiedenen Altersstufen wenigstens 80 verschiedene Rechnungen erforderlich sind, um einen vollständigen Plan einer auf Beiträge gegründeten Aussteuerkasse zu berechnen. Das Alter der Väter läßt sich nach einem Durchschnitt auf 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55 und 60 Jahre annehmen, und dies würde allein acht verschiedene Rechnungen erfordern. Da aber für jeden Fall eine zehnfache Verschiedenheit in dem Alter des Kindes Statt finden kann, wenn nämlich der Einkauf vom vollendeten ersten bis zum vollendeten zehnten Lebensjahre gestattet wird, so vermehrt sich die Zahl der erforderlichen Rechnungen offenbar um das Zehnfache.

Vielleicht möchte man es zweckmäßig finden, eine Aussteuerkasse auf Beiträge und Einkauf zugleich zu gründen; wie in diesem Falle zu rechnen sei, ergiebt sich bei einigem

Nachdenken von selber. Wäre z. B. bestimmt, daß die Aussteuer 300 Rthlr., das Einkaufsgeld aber 20 Rthlr betragen solle, so berechne man zuerst die ganze Ausgabe der Kasse; durch das Verfahren in der ersten Aufgabe findet man nun sehr leicht, wie viel von dieser Ausgabe schon durch das Einkaufsgeld gedeckt sei, und man wendet dann nur in Rücksicht des Restes das bei der vierten Aufgabe erklärte Verfahren an. Oder es sei die Aussteuer auf 300 Rthlr. festgesetzt, und zugleich bestimmt, daß der jährliche Beitrag 5 Rthlr. betragen solle, so berechnet man die ganze Ausgabe der Kasse, und die aus einem Beitrage von 5 Rthlr. erwachsende Einnahme. Zieht man die letztere Summe von der ersteren ab, so erhält man die durch Einkaufsgeld zu deckende Summe, die sich nach der zweiten Aufgabe berechnen läßt.

Noch ein Paar Fragen, welche man hier aufwerfen könnte, will ich in aller Kürze beantworten.

Man könnte zuerst fragen, ob es nicht billig sei, für die kurz vor dem Zieljahre sterbenden Kinder ein gewisses Sterbegeld zu zahlen, und in dringenden Fällen, z. B. bei Verheirathungen, die erst am Ende des 24. Jahres fällige Aussteuer Ausnahmsweise schon früher, etwa mit dem vollendeten 18ten Lebensjahre zu zahlen. Beides hat gar kein Bedenken, nur muß die ganze Rechnung darnach angelegt werden, und ich will hier noch kürzlich zeigen, wie beide Punkte in Rechnung zu bringen sind.

Ich nehme also an, daß für alle Kinder, welche nach dem vollendeten 18ten Lebensjahre, aber vor dem zurückgelegten Zieljahre sterben, ein Sterbegeld von 50 Thalern gezahlt werden soll. Man berechne nach der Sterblichkeitsordnung, wie viele von den eingekauften Kindern das 18te, 19te, 20te, 21te, 22te, 23te und 24te Jahr vollenden.

Zieht man die zweite gefundene Zahl von der ersten, die dritte von der zweiten, die vierte von der dritten, und so eine jede Zahl von der unmittelbar vorhergehenden ab, so hat man die Anzahl der Sterbefälle in jedem der genannten Jahre. In unserem Falle leben am Ende des achtzehnten Jahres 227, am Ende des neunzehnten 225, am Ende des zwanzigsten 223, am Ende des ein und zwanzigsten 221, am Ende des zwei und zwanzigsten 218, am Ende des drei und zwanzigsten Jahres 216, am Ende des vier und zwanzigsten 214, und es sind also in jedem Jahre etwa zwei Sterbefälle und ein Mal vielleicht 3. Man berechne nun, wie viel in jedem Jahre an Sterbegeld zu bezahlen sein wird, und wie viel diese Ausgabe beträgt, wenn man noch die Zinsen bis zum Zieljahre rechnet; das Sterbegeld mit den Zinsen bringe man in eine Summe. Wird nun aus der Aussteuer das Einkaufsgeld oder der Beitrag gesucht, so addire man den Werth des Sterbegeldes zu der Summe der Aussteuer; sucht man aber aus dem Beitrag die Aussteuer, so ziehe man den Werth des Sterbegeldes von der Einnahme ab, und rechne dann in beiden Fällen wie vorher. Denn es ist offenbar, daß im ersten Falle sich die Gesammt-Ausgabe um so viel vermehrt, und im zweiten Falle sich die Einnahme um so viel vermindert, als das Sterbegeld mit seinen Zinsen beträgt.

Die zweite Frage beantwortet sich eben so leicht. Wer die Aussteuer, die er am Ende des 24sten Lebensjahres zu fordern hat, schon am Ende des 18ten, also 6 Jahre früher verlangt, würde die Kasse nicht entschädigen, wenn er sich bloß die Zinsen abziehen ließe, oder den auf 6 Jahre abgezins'ten Werth seiner Aussteuer verlangte, und außerdem auch noch die Beiträge der nächsten 6 Jahre berichtigte, insofern Beiträge gegeben werden. Denn es ist möglich, daß der Empfänger dieser Summe noch in den nächsten 6 Jah-

ren stirbt, und seine ganze Aussteuer der Kasse als reiner Gewinn zufällt. Wenigstens sterben in diesen sechs Jahren noch eine ziemliche Anzahl von Mitgliedern, und die Kasse hat bei Bestimmung der Aussteuer auf diese Sterbefälle gerechnet. Man könnte nun zwar die Entschädigung, welche der Empfänger der Kasse zu geben hat, auf verschiedene Art berechnen, die einfachste und natürlichste aber ist diese:

die Kasse kann einem solchen Mitgliede nicht mehr auszahlen, als sie allen Mitgliedern bewilligen könnte, wenn statt des 24sten Jahres das achtzehnte als Zieljahr angenommen würde.

Wenn also über einen Fall dieser Art ein Zweifel entstände, so müßte man das Alter des Vaters und des Empfängers bei seinem Eintritte wissen, und berechnen, wie viel die Kasse für den üblichen Beitrag oder für das wirklich gezahlte Einkaufsgeld an Aussteuer bewilligen könnte, wenn das 18te Jahr zum Zieljahr genommen wird. So viel, und ein Mehreres nicht, kann der Eingekaufte sowohl hier, als bei allen ähnlichen Kassen nach Recht und Billigkeit verlangen.

Wer einer Kasse dieser Art beitreten will, möchte sich endlich noch die Frage vorlegen, wie groß die Wahrscheinlichkeit sei, daß ein Kind zur Hebung der Aussteuer komme. Diese Frage beantwortet ihm unmittelbar die Sterblichkeitstafel, in welcher er die bei dem Alter seines Kindes und die bei dem Zieljahr stehenden Zahlen zu vergleichen hat. Ist das Alter des Kindes beim Eintritt drei volle Jahre und das 24ste Lebensjahr Zieljahr, so zeigt die Sterblichkeitsordnung, daß von 618 dreijährigen Kindern 471 das 24ste Jahr erreichen, so daß also 147 ihre Beiträge verlieren. Die Wahrscheinlichkeit zu verlieren, verhält sich also zur Wahrscheinlichkeit zu gewinnen, wie 147 zu 471, das heißt: gegen

147, welche ihre Beiträge verlieren, kann man im Durchschnitt 471 rechnen, welche sie mit mehr als Zinseszinsen zurückerhalten.

Nach allen diesen Angaben wird man im Stande sein zu beurtheilen, in wie fern eine Aussteuer-Kasse der vorgeschlagenen Art von Nutzen sein kann, und von welchen Grundsätzen man ausgehen mußte, in so fern die Errichtung derselben wirklich in Anregung käme.

Da die Kasse hauptsächlich die Erleichterung der ärmeren Volksklassen berücksichtigen müßte, so würde es zweckmäßig sein, die Aussteuer auf eine nicht sehr hohe unveränderliche Summe z. B auf 50 Thaler festzusetzen, dabei aber zu gestatten, daß Andere auf einen mehrfachen Betrag der Aussteuer die Ihrigen einkaufen, wiewohl die Kasse immer sicherer fährt, wenn jeder Vater nur ein Kind, und dieses immer auf eine gleiche Aussteuer einkauft; denn wenn die Zahl der Väter, welche mehre Kinder eingekauft haben, gegen die Zahl der übrigen sehr groß ist, so könnte sie das Unglück haben, daß unter den wegsterbenden Vätern sich viele von den ersteren befänden, und das könnte die Einnahme um ein Bedeutendes vermindern. Sobald indeß die Zahl der Mitglieder groß genug ist, wird auch diese Gefahr verschwinden, und es läßt sich denken, daß alsdann diese Einrichtung der Kasse noch Vortheil gewährt.

Wir haben bei dieser Kasse vorausgesetzt, daß der Einkauf in der frühesten Jugend des Kindes geschehe, und daß die Beiträge von den Aeltern entrichtet werden. Bei den gewöhnlichen Heirathskassen geschieht aber der Einkauf frühestens mit dem 12ten, in der Regel noch in viel späteren Jahren, und die Beiträge werden von den Berechtigten selber abgeführt. Man möchte also eine Aussteuerkasse der letzteren Art dem Bedürfniß für angemessener halten, als die von mir vorgeschlagene. Ich gestehe aber, daß ich unter den verlangten Bedingungen keine haltbare, und bedeutende Vortheile gewährende Aussteuerkasse zu gründen wüßte; alles was unter diesen Umständen für Personen der bezeichneten Gattung geschehen kann, ist die Errichtung einer Sparkasse, wie sie bereits in Berlin besteht, und vermuthlich bald an mehren Orten errichtet werden wird. Da indeß in kleineren Städten die Errichtung einer Sparkasse mancherlei Schwierigkeiten haben möchte, so will ich hier noch einen Plan zu einer Aussteuerkasse der letzteren Art angeben, und dadurch zugleich zeigen, welche Einrichtung man der zu Pyritz gegründeten Heirathskasse hätte geben müssen, um zweckmäßig zugleich und haltbar zu sein.

1. Der Beitritt zu dieser Kasse soll in der Regel mit dem vollendetem vierzehnten Lebensjahre geschehen; denn in diesem Alter pflegen diejenigen Personen, welche ihr Loos einmal zum Dienen bestimmt, gewöhnlich in Dienst zu treten, und können daher aus eigenen Mitteln einen mäßigen Beitrag aufbringen.

2. In außerordentlichen Fällen darf der Beitritt zwar noch bis zum vollendeten siebzehnten Lebensjahre gestattet werden; die Beitretenden müssen aber sämmtliche, seit dem vollendeten vierzehnten Lebensjahre fällig gewordenen Beiträgen nachzahlen, und sowohl die Bei-

träge als das Eintrittsgeld mit fünf vom Hundert bis zu dem Zeitpunkt ihrer Aufnahme verzinsen.

3. Der Beitrag soll sich nicht nach der Zahl der Verheirathungen richten, sondern es wird ein bestimmter jährlicher Beitrag festgesetzt, und dieser in vierteljährlichen Terminen vorausbezahlt.

4. An Eintrittsgeld wird eine dem jährlichen Beitrag gleich kommende Summe entrichtet.

5. Eintrittsgeld und Beiträge werden gegen vollständige Sicherheit zinsbar untergebracht, und nie mehr an baarem Bestand in der Kasse behalten, als zur Dekkung der laufenden Ausgaben erforderlich ist.

6. Die Aussteuer wird den Berechtigten mit dem vollendeten vier und zwanzigsten Lebensjahre ausgezahlt, ohne Rücksicht ob sie sich schon früher verheirathet haben, oder noch ledig sind.

In denjenigen Ständen, für welche eine Kasse dieser Art zunächst gestiftet wird, sind frühere Verheirathungen eben nicht häufig. Uebrigens aber weiß man wohl, daß ein außerordentlicher Zuschuß immer zu rechter Zeit kommt, und in den ersten Jahren nach der Verheirathung oft viel gelegener, als kurz vor der Verheirathung.

7. Diejenigen, welche in der Zeit vom vierzehnten bis zum vier und zwanzigsten Lebensjahre wegsterben, verlieren ihre Beiträge zum Besten der übrigen, doch kann auch ein nach der Zeit ihres Beitritts sich richtendes Sterbegeld für sie gezahlt werden. Uebri-

gens ist die Zahl der in diesem Lebensalter sterbenden Personen verhältnißmäßig nur gering.

8. Zur Erleichterung für ganz arme Mädchen muß es erlaubt sein, sich nur auf die Hälfte der gewöhnlichen Aussteuer einzukaufen, in welchem Falle, wie sich von selbst versteht, auch nur die Hälfte des üblichen Beitrages und Eintrittsgeldes entrichtet wird.

Die Berechnung dieser Kasse ist äußerst einfach und sicher, besonders wenn kein Sterbegeld gezahlt wird, und es kommt alles nur darauf an, daß das vorhandene Kapital ehrlich und vorsichtig verwaltet wird.

Man berechne zuerst, wie viele von den anfänglich aufgenommenen Mitgliedern in jedem folgenden Jahre bis zum vollendeten vier und zwanzigsten noch am Leben sind; oder, da die Zahl der Mitglieder willkührlich ist, so nehme man an, daß gerade 515 Mitglieder zu einer Kasse dieser Art zusammentreten. Die Zahl 515 findet sich in der Spalte C. der Sterblichkeitstafel neben dem vollendeten 14ten Lebensjahre, und nun zeigen die Zahlen der Sterblichkeitstafel ohne weitere Rechnung an, wie viele Mitglieder in jedem Jahre noch am Leben sind, nämlich am Anfange des 15ten Jahres 515, am Anfang des sechszehnten 511, am Anfang des siebzehnten 507, u. s. w.

Man nehme ferner vorläufig an, der jährliche Beitrag sei ein Thaler, so zeigen die eben genannten Zahlen an, wie viele Thaler die Kasse jährlich einnimmt. Nun kann das Eintrittsgeld noch volle zehn Jahre, der Beitrag des ersten Jahres noch neun Jahre, der Beitrag des zweiten Jahres noch acht Jahre lang Zinsen tragen, und nach der mitgetheilten Aufzinsungstafel kann man also leicht be-

rechnen, bis zu welcher Höhe die Einnahme durch Zinsen zu 4 v. H. anwächst. Dadurch erhält man die ganze Einnahme der Kasse aus dem Eintrittsgelde und den Beiträgen der Mitglieder, und wenn man die Summe der Einnahme durch die Zahl derjenigen Mitglieder dividirt, welche das 24ste Lebensjahr vollenden, d. i. in unserem Falle durch 471, so findet man diejenige Aussteuer, welche für einen jährlichen Beitrag von einem Thaler bewilligt werden kann. Nachstehende Uebersicht zeigt das Ergebniß dieser Rechnung:

Einkaufsgeld		515	Rthlr.	Werth	762,3
Beitrag des	1. Jahres	515	=	=	733,0
=	= 2. =	511	=	=	699,4
=	= 3. =	507	=	=	667,2
=	= 4. =	503	=	=	636,4
=	= 5. =	499	=	=	607,1
=	= 6. =	495	=	=	579,1
=	= 7. =	491	=	=	552,3
=	= 8. =	486	=	=	525,7
=	= 9. =	481	=	=	500,2
=	= 10. =	476	=	=	476,0
				Summa	6738,7.

Dividirt man die Einnahme von 6738,7 durch 471, das ist durch die Anzahl der zur Hebung kommenden Mitglieder, so findet man, daß jedes eine Aussteuer von etwas mehr als 14 Rthlrn. erhalten kann. Bei einem jährlichen Beitrage von 2 Reichsthalern können also 28 Rthlr., bei einem Beitrage von 3 Rthlr. können 42 Rthlr, bei einem Beitrage von 4 Rthlr. endlich können 56 Thaler an Aussteuer gegeben werden, insofern die Kasse ihr Kapital zu 4 v. H. zinsbar benutzen kann.

Wir haben hier bloß gezeigt, wie man aus dem Beitrage die Aussteuer berechnen kann; es ist aber leicht einzu-

sehen, wie man den jährlichen Beitrag berechnen kann, wenn die Aussteuer bestimmt ist. Wollte man z. B. mit Beibehaltung des ganzen vorhin angegebenen Planes die Aussteuer auf 100 Reichsthaler festsetzen, so müßte man folgenden Schluß machen:

„Zu einer Aussteuer von 14 Reichsthalern wird ein jährlicher Beitrag von Einem Thaler erfordert, wie viel also zu einer Aussteuer von 100 Rthlr.?"

oder kürzer:

14 Thaler erfordern 1 Thaler, was 100 Thaler?

Die Antwort ist $7\frac{1}{7}$ Reichsthaler d. i. ungefähr 7 Rthlr. 3 gr. 6 pf. ein Beitrag welcher viel zu hoch ist, als daß man ihn denjenigen Personen, für welche eine Anstalt dieser Art zunächst bestimmt ist, zumuthen könnte. Am angemessensten möchte es wohl sein, den jährlichen Beitrag auf Vier Reichsthaler, die Aussteuer aber auf 56 Reichsthaler. oder wenn das Kapital der Kasse mit Sicherheit zu 5 v. H. benutzt werden kann, auf 60 Reichsthaler fest zu stellen.

Man sieht hieraus, daß die hier vorgeschlagene Aussteuerkasse keinesweges so große Vortheile verspricht, als die zu Pyritz errichtete, sie hat dafür aber einen wesentlichen Vorzug, daß sie das Versprochene wirklich leisten, bei einer redlichen und verständigen Verwaltung immer fortbestehen, aber auch, sobald ihr Fortbestehen nicht mehr nöthig scheint, ohne allen Schaden der Mitglieder, eingehen kann.

An kleineren Orten würde diese Kasse die angegebene einfache Einrichtung behalten müssen, in großen Städten aber könnte man sie dadurch noch erweitern, daß man die

jenigen Mitglieder, welche im 24sten Jahre noch nicht verheirathet sind, und auch keine Aussicht zu einer nahen Verheirathung haben, ihre Beiträge bis zu einem gewissen Lebensjahre fortsetzen läßt, und ihnen den Werth ihrer Beiträge durch eine lebenslängliche Rente zurückzahlt, für welche aber in dem Falle einer noch im späteren Alter erfolgenden Verheirathung eine angemessene Summe ein für alle Mal gezahlt werden kann.

So würde sich also die Aussteuer oder Heiraths-Kasse unvermerkt in eine Kasse für alte Jungfrauen verwandeln, ohne durch eine unfreundliche Benennung von der Theilnahme abzuschrecken.

Gedruckt bei Wiesike in Brandenburg.

nicht
ahen
ewiſ=
ih=
hlt,
lter
ein

aſſe
eln,
ah=

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Schulz, Otto

Über Versorgungs- und Aussteuerkassen

Berlin 1822

Pol.civ. 137 t
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10767386-6